PRIMARIA

Pensamiento matemático

2

Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA

Pensamiento matemático 2

Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA

PRIMARIA

Créditos de la presente edición

Coordinación General
Teresa Guadalupe Reyes Sahagún

Coordinación Académica
Cecilia Orozco López

Coordinación de la obra
Greta Margarita Papadimetriou Cámara
Colectivo de Educación para la Paz, A.C.

Coordinación del campo formativo Pensamiento matemático
Laura Valdivia Moreno

Autoría
Laura Valdivia Moreno
Vianney Rangel Reyes
Miguel Rodríguez Ruiz

Colaboración
René Luis Rubio Garibay, Guillermo González Zárate, Ricardo Díaz Estrada, Teresa Susana Uscanga Olea, José Félix Salazar Rodríguez, Ángel Misael Pelayo Gómez, Angélica Guadalupe Zamudio Camargo, Yesenia Villicaña Molina

Diseño
Diagramación e iconografía
Elizabeth Martínez Suástegui

Portada
Raquel Rojas Nieto

Ilustraciones
Jorge Mendoza Campos
David Nieto Vital
Rosalinda Raya Lemus
Isabel Gómez Guízar

Fotografía
Fernando Franco
Banco de imágenes de Shutterstock

Revisión colegiada
María de Lourdes Aravedo Reséndiz, Lucina Solís Barrera, Greta Sánchez Muñoz, Eliseo Ariel Brena Becerril, Hugo Fernández Alonso, José Carlos Rocha Silva, Brenda Munguia Anaya, María Elena García Mendoza, Diana Arely Valenzuela Gutiérrez, Mariano Victorino Salazar Molina, Rogelio Zenteno Trejo, Esmeralda Dionicio García, Ana Laura Acosta Ríos, Daniela Ruiz Sánchez

ISBN Pensamiento matemático 2, Primaria, Modelo de Educación para la Vida, AprendeINEA: 978-607-710-416-2

Impreso en México

PRESENTACIÓN

Los módulos de *Pensamiento matemático*, además de hacer valer tu derecho a la educación y bienestar social, están diseñados para que desarrolles de forma gradual tus capacidades para pensar en términos numéricos y apliques el pensamiento lógico y crítico que te permita relacionar conceptos, saberes y experiencias en la resolución de problemas de tu vida diaria, ya sea en el ámbito personal o de participación comunitaria. Adicionalmente, buscan que seas capaz de comprender la información cuantitativa de modo que construyas una opinión propia acerca de los sucesos de tu entorno inmediato, pero también del ámbito mundial.

En el módulo *Pensamiento matemático 2*, se integran temas y ejercicios relacionados con el estudio de los números racionales, la representación gráfica del espacio y las figuras geométricas, así como las sucesiones ordenadas de cantidades. Incluye también el reconocimiento, uso e interpretación de información estadística a través de su representación en gráficas circulares o de pastel, las principales medidas de tendencia central y de dispersión de datos.

Pensamiento matemático 2 integra conocimientos y habilidades para que desarrolles capacidades de conteo y resolución de problemas con operaciones matemáticas; para que a través del estudio de la geometría identifiques y analices, las proporciones, formas y medidas de algunos objetos en el espacio. También se explora el trabajo con datos estadísticos en cuanto a registro, interpretación y evaluación del conocimiento de tu entorno, que puedes aplicar en tu hogar, comunidad, municipio, país y planeta.

Además, para fortalecer y vincular los aprendizajes desarrollados en los módulos de otros ejes, en todas las secuencias se han incorporado recomendaciones sobre los conocimientos de los campos formativos de *Vida y comunidad* o *Lengua y comunicación* que puedes retomar en los temas que aquí se desarrollan y viceversa.

CONTENIDO

Conoce tu libro

A continuación, te presentamos las secciones que integran tu libro para que conozcas el propósito de cada una.

Entrada de unidad

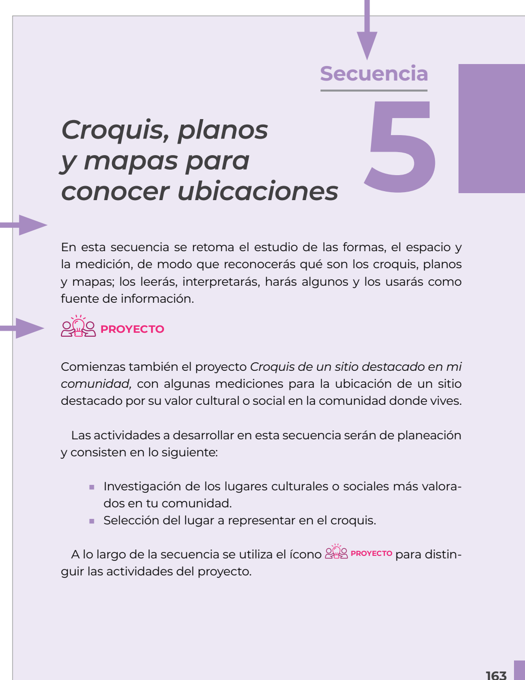
Tu libro integra 3 unidades. En cada una se indica su número y título. Cada unidad se introduce de manera general, describiendo los aprendizajes que abarca y el proyecto por desarrollar.

Secuencia didáctica

El libro tiene 12 secuencias, 4 por unidad. En cada una desarrollarás aprendizajes significativos.

Encuadre de la secuencia

Para comenzar, en cada secuencia encontrarás el título de esta y un párrafo en el que se resume el aprendizaje que desarrollarás. También podrás identificar las actividades del proyecto que realizarás en cada secuencia.



Secuencia 5

Croquis, planos y mapas para conocer ubicaciones

En esta secuencia se retoma el estudio de las formas, el espacio y la medición, de modo que reconocerás qué son los croquis, planos y mapas; los leerás, interpretarás, harás algunos y los usarás como fuente de información.

PROYECTO

Comienzas también el proyecto *Croquis de un sitio destacado en mi comunidad*, con algunas mediciones para la ubicación de un sitio destacado por su valor cultural o social en la comunidad donde vives.

Las actividades a desarrollar en esta secuencia serán de planeación y consisten en lo siguiente:

- Investigación de los lugares culturales o sociales más valorados en tu comunidad.
- Selección del lugar a representar en el croquis.

A lo largo de la secuencia se utiliza el ícono PROYECTO para distinguir las actividades del proyecto.

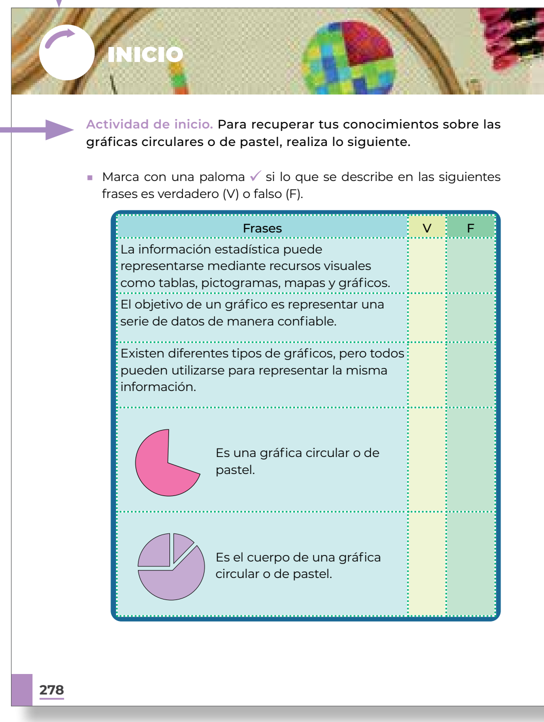
163

Proyecto

A lo largo de las 4 secuencias que integran cada unidad, avanzarás en las diferentes etapas del proyecto, por lo que realizarás distintas acciones en las que pondrás en práctica tus aprendizajes en beneficio de tu comunidad.

Partes de la secuencia didáctica

Todas las secuencias tienen **inicio**, **desarrollo** y **cierre**. Cada una está marcada con un cintillo. En el inicio reconocerás lo que ya sabes, en el desarrollo conocerás información y harás actividades para fortalecer y desarrollar el aprendizaje. Finalmente, en el cierre, realizarás una actividad en la que pondrás en práctica lo visto en la secuencia.



INICIO

Actividad de inicio. Para recuperar tus conocimientos sobre las gráficas circulares o de pastel, realiza lo siguiente.

- Marca con una paloma ✓ si lo que se describe en las siguientes frases es verdadero (V) o falso (F).

Frases	V	F
La información estadística puede representarse mediante recursos visuales como tablas, pictogramas, mapas y gráficos.		
El objetivo de un gráfico es representar una serie de datos de manera confiable.		
Existen diferentes tipos de gráficos, pero todos pueden utilizarse para representar la misma información.		
Es una gráfica circular o de pastel.		
Es el cuerpo de una gráfica circular o de pastel.		

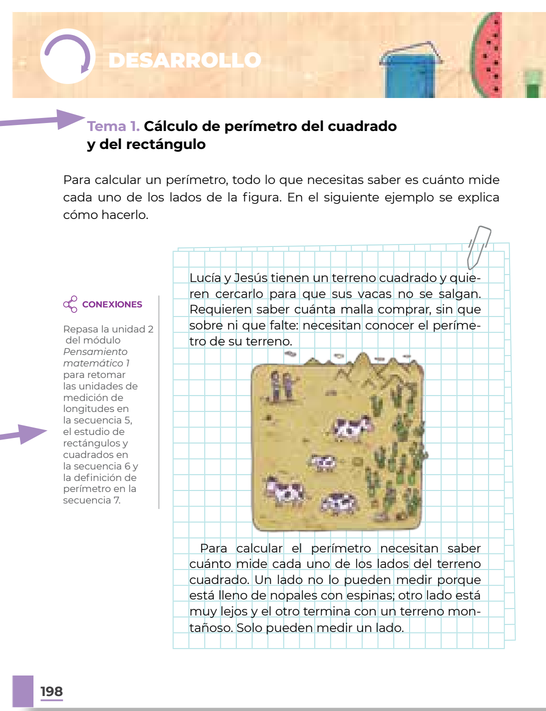
278

Actividad de inicio

Mediante lecturas, cuestionarios, redacciones propias, entre otras, la primera actividad de cada secuencia te permitirá vincular el aprendizaje con tu vida cotidiana y reconocer lo que ya sabes en torno a este.

Temas

Cada secuencia, en su desarrollo, tiene diversos temas. En cada uno encontrarás información medular y explicaciones que se presentan en textos breves, esquemas e infografías.



DESARROLLO

Tema 1. **Cálculo de perímetro del cuadrado y del rectángulo**

Para calcular un perímetro, todo lo que necesitas saber es cuánto mide cada uno de los lados de la figura. En el siguiente ejemplo se explica cómo hacerlo.

CONEXIONES

Repasa la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1* para retomar las unidades de medición de longitudes en la secuencia 5, el estudio de rectángulos y cuadrados en la secuencia 6 y la definición de perímetro en la secuencia 7.

Lucía y Jesús tienen un terreno cuadrado y quieren cercarlo para que sus vacas no se salgan. Requieren saber cuánta malla comprar, sin que sobre ni que falte: necesitan conocer el perímetro de su terreno.

Para calcular el perímetro necesitan saber cuánto mide cada uno de los lados del terreno cuadrado. Un lado no lo pueden medir porque está lleno de nopales con espinas; otro lado está muy lejos y el otro termina con un terreno montañoso. Solo pueden medir un lado.

198

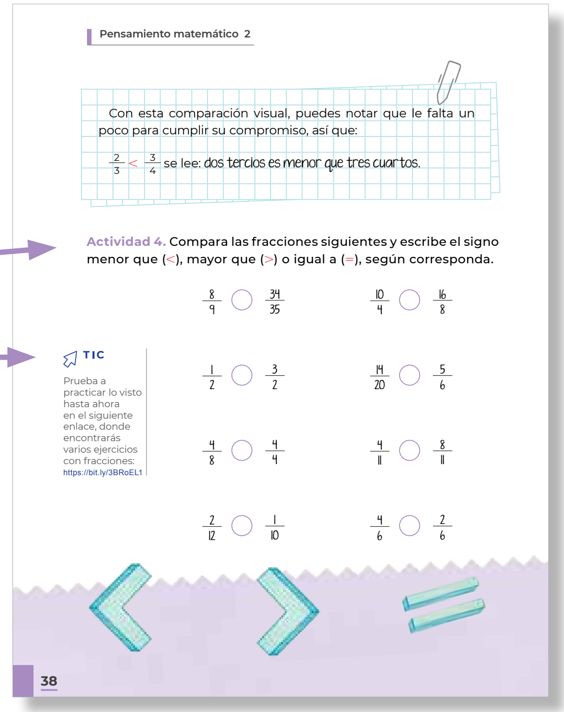
Conexiones

Sección que te será útil para vincular el aprendizaje de una secuencia con lo visto en alguna otra, ya sea de este u otro módulo.

Considera que en algunos textos no se usa el lenguaje incluyente por los años en los que fueron redactados.

Actividades del desarrollo

Por cada tema se integra una actividad, la cual está numerada y diseñada para que pongas en práctica lo visto en las lecturas.



Pensamiento matemático 2

Con esta comparación visual, puedes notar que le falta un poco para cumplir su compromiso, así que:

$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ se lee: dos tercios es menor que tres cuartos.

Actividad 4. Compara las fracciones siguientes y escribe el signo menor que (<), mayor que (>) o igual a (=), según corresponda.

$\frac{8}{9}$ ○ $\frac{34}{35}$ $\frac{10}{4}$ ○ $\frac{16}{8}$

$\frac{1}{2}$ ○ $\frac{3}{2}$ $\frac{14}{20}$ ○ $\frac{5}{6}$

$\frac{4}{8}$ ○ $\frac{4}{4}$ $\frac{4}{11}$ ○ $\frac{8}{11}$

$\frac{2}{12}$ ○ $\frac{1}{10}$ $\frac{4}{6}$ ○ $\frac{2}{6}$

TIC

Prueba a practicar lo visto hasta ahora en el siguiente enlace, donde encontrarás varios ejercicios con fracciones: https://bit.ly/3BRoEL1

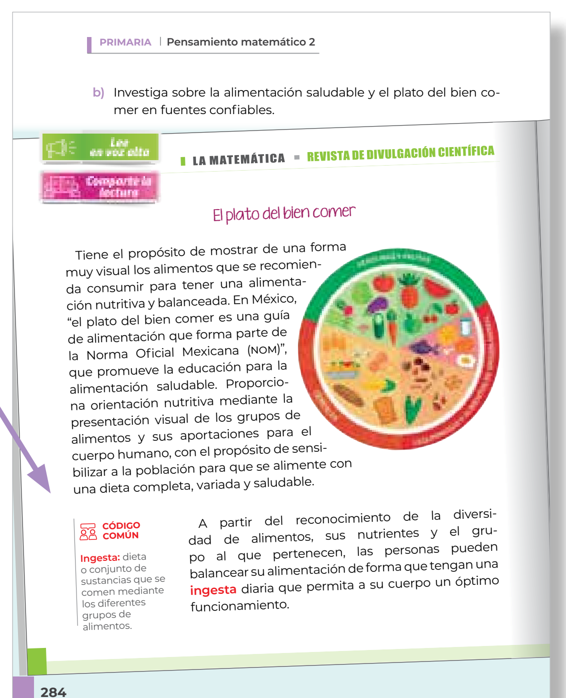
38

TIC

Aquí encontrarás recomendaciones para fortalecer tus habilidades digitales y sugerencias de sitios en internet para profundizar en algunos de los temas desarrollados.

Código común

Conocerás la definición de palabras o términos que no son de uso cotidiano, además de información que te orientará para comprender los textos que se integran en las secuencias.



PRIMARIA | Pensamiento matemático 2

b) Investiga sobre la alimentación saludable y el plato del bien comer en fuentes confiables.

Lee en voz alta

Comparte la lectura

LA MATEMÁTICA = REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

El plato del bien comer

Tiene el propósito de mostrar de una forma muy visual los alimentos que se recomienda consumir para tener una alimentación nutritiva y balanceada. En México, "el plato del bien comer es una guía de alimentación que forma parte de la Norma Oficial Mexicana (NOM)", que promueve la educación para la alimentación saludable. Proporciona orientación nutritiva mediante la presentación visual de los grupos de alimentos y sus aportaciones para el cuerpo humano, con el propósito de sensibilizar a la población para que se alimente con una dieta completa, variada y saludable.

CÓDIGO COMÚN

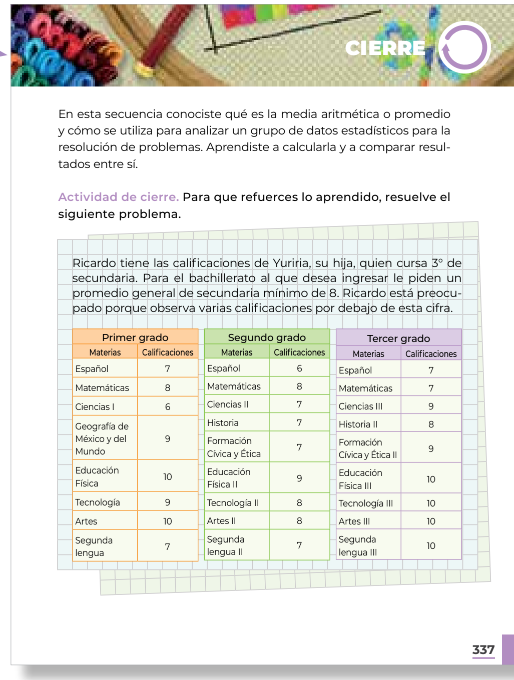
Ingesta: dieta o conjunto de sustancias que se comen mediante los diferentes grupos de alimentos.

A partir del reconocimiento de la diversidad de alimentos, sus nutrientes y el grupo al que pertenecen, las personas pueden balancear su alimentación de forma que tengan una ingesta diaria que permita a su cuerpo un óptimo funcionamiento.

284

Actividad de cierre

Para finalizar cada secuencia, realizarás una actividad en la que pondrás en práctica lo visto en todos los temas. Además, evaluarás tus avances en el proyecto.



CIERRE

En esta secuencia conociste qué es la media aritmética o promedio y cómo se utiliza para analizar un grupo de datos estadísticos para la resolución de problemas. Aprendiste a calcularla y a comparar resultados entre sí.

Actividad de cierre. **Para que refuerces lo aprendido, resuelve el siguiente problema.**

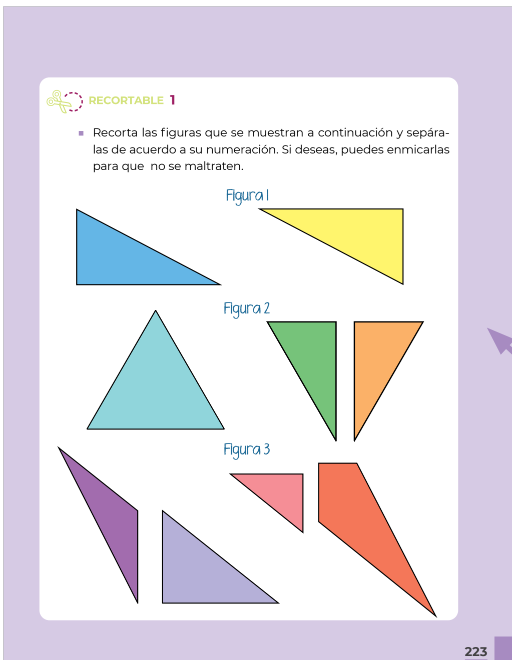
Ricardo tiene las calificaciones de Yuriria, su hija, quien cursa 3° de secundaria. Para el bachillerato al que desea ingresar le piden un promedio general de secundaria mínimo de 8. Ricardo está preocupado porque observa varias calificaciones por debajo de esta cifra.

Primer grado	
Materias	Calificaciones
Español	7
Matemáticas	8
Ciencias I	6
Geografía de México y del Mundo	9
Educación Física	10
Tecnología	9
Artes	10
Segunda lengua	7

Segundo grado	
Materias	Calificaciones
Español	6
Matemáticas	8
Ciencias II	7
Historia	7
Formación Cívica y Ética	7
Educación Física II	9
Tecnología II	8
Artes II	8
Segunda lengua II	7

Tercer grado	
Materias	Calificaciones
Español	7
Matemáticas	7
Ciencias III	9
Historia II	8
Formación Cívica y Ética II	9
Educación Física III	10
Tecnología III	10
Artes III	10
Segunda lengua III	10

337



RECORTABLE 1

- Recorta las figuras que se muestran a continuación y sepáralas de acuerdo a su numeración. Si deseas, puedes enmicarlas para que no se maltraten.

Figura 1

Figura 2

Figura 3

223

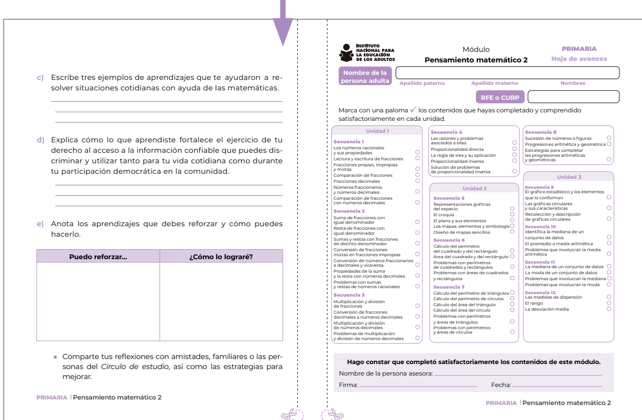
Recortable

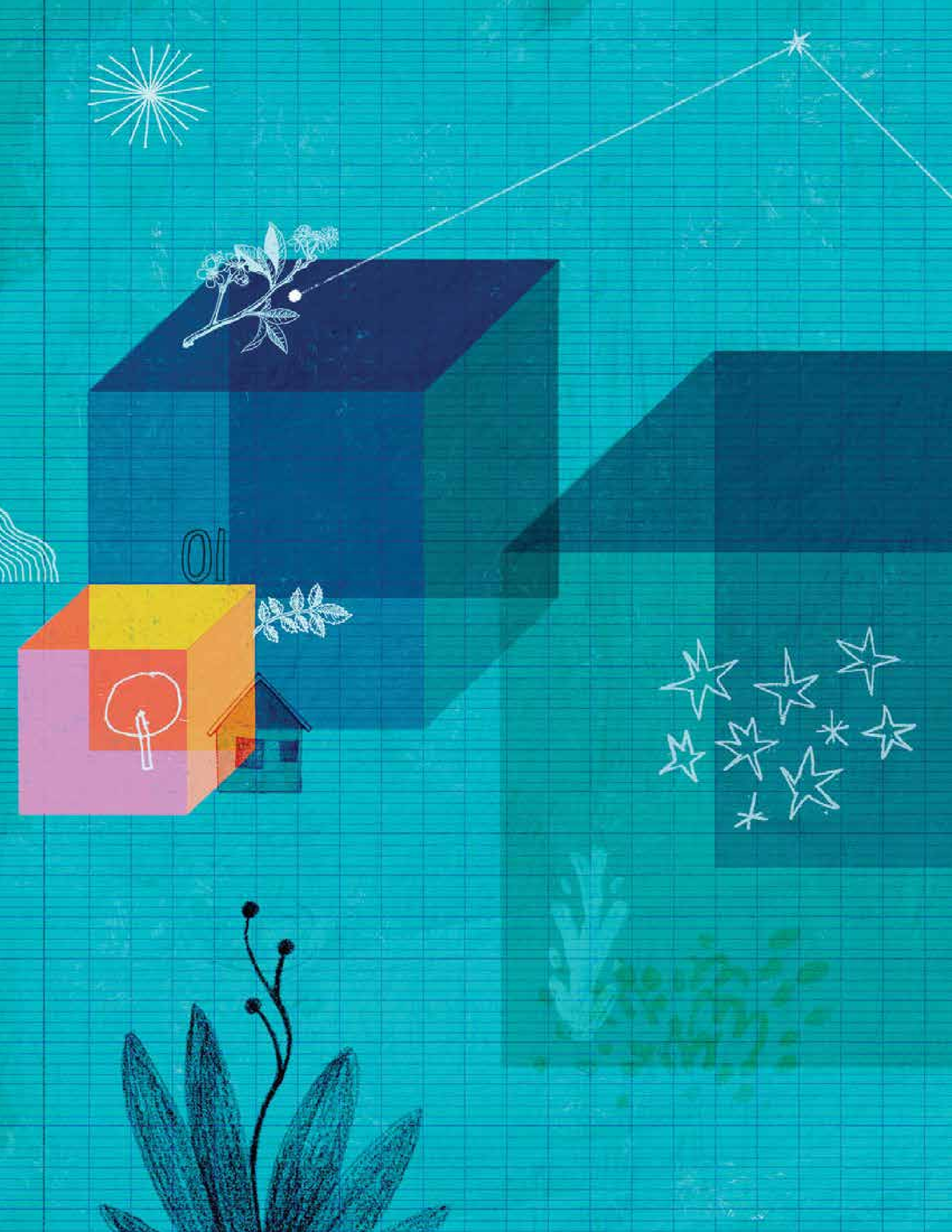
Aquí podrás recortar los materiales para algunas actividades, así como tablas que puedes enmicar y conservar.

Autoevaluación

A lo largo del módulo realizarás evaluaciones diagnósticas, formativas e integradoras dentro de las actividades de inicio, desarrollo y cierre.

Al final del módulo reflexionarás sobre lo aprendido y verificarás que se hayan cubierto todos los contenidos.




01

UNIDAD 1

Operaciones fundamentales con números racionales

En esta unidad practicarás las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división con números racionales; reconocerás las fracciones propias, impropias, mixtas y decimales y harás conversiones entre ellas. También practicarás conversiones de fracciones a decimales y viceversa, y compararás cantidades. Mediante las explicaciones, los ejemplos y la resolución de los ejercicios planteados, desarrollarás destrezas para aplicar estos conocimientos en las situaciones diarias que involucran números no enteros.

El proyecto *Juego de operaciones matemáticas*, además de invitarte a desarrollar diferentes operaciones matemáticas, reforzará tus conocimientos sobre el sistema numérico decimal mediante la manipulación de material que también diseñarás.

Secuencia 1

Los números racionales y sus propiedades

En esta secuencia estudiarás los números racionales y sus propiedades ya que, en ocasiones, se hacen cuentas de objetos que no están completos, y es ahí donde se utiliza este tipo de números, que reconocerás con los temas y actividades a desarrollar.

PROYECTO

Adicional a las actividades planteadas en esta secuencia, darás inicio al proyecto *Juego de operaciones matemáticas*, que consiste en elaborar un juego de tarjetas para que practiques y mejores tus destrezas para agrupar números, formar cantidades con enteros y decimales y resolver operaciones básicas.

Las actividades que realizarás en esta secuencia son las siguientes:

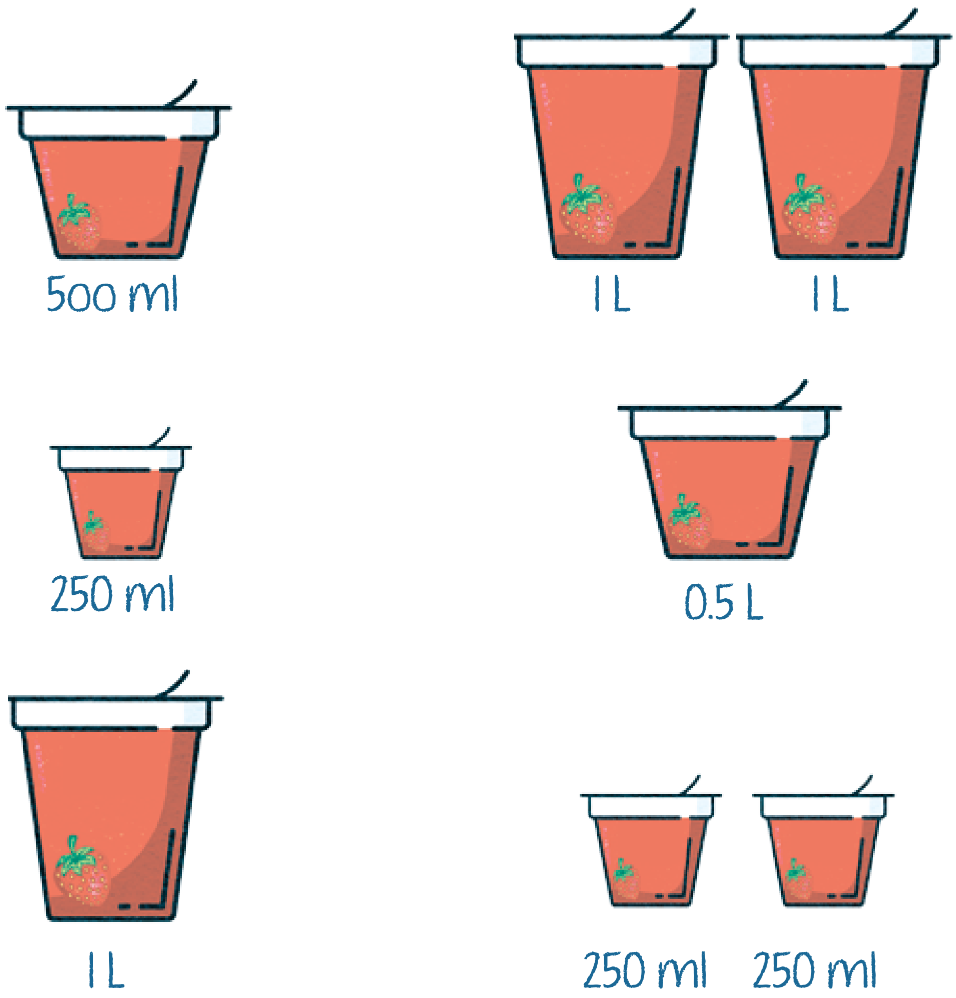
- Diseño y elaboración de tarjetas con números.
- Diseño y elaboración de tarjetas con punto decimal.
- Diseño y elaboración de tarjetas posicionales.
- Resolución del primer nivel del juego.

El ícono **PROYECTO** se utilizará para identificar las actividades del proyecto a lo largo de la secuencia.

INICIO

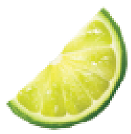
Actividad de inicio. Para que identifiques en cuáles situaciones has usado los números racionales, observa las imágenes y encuentra las equivalencias que se indican.

a) Identifica todas las imágenes que representen medio litro de yogurt y enciérralas en un círculo.

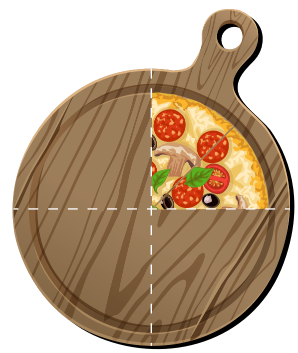


- Escribe las distintas formas que encontraste para escribir medio litro de yogur con números.

b) Encuentra todas las imágenes que muestran la cuarta parte de un entero y enciérralas en un círculo.





- ¿Cómo escribirías con número la cuarta parte de un entero?

____

c) Responde las preguntas siguientes.

1. ¿Cómo escribirías con números que compraste dos pollos y medio rostizados?

____

____

2. ¿Cómo escribirías con números que la dosis de medicina es la mitad de una cuchara sopera?

____

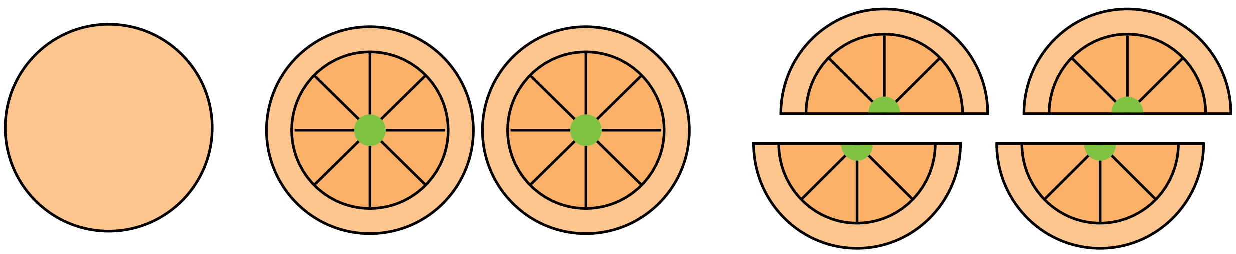
____

CONEXIONES

Revisa la primera unidad del módulo *Pensamiento matemático 1*, en especial la secuencia 1, para recordar los números naturales y sus características.

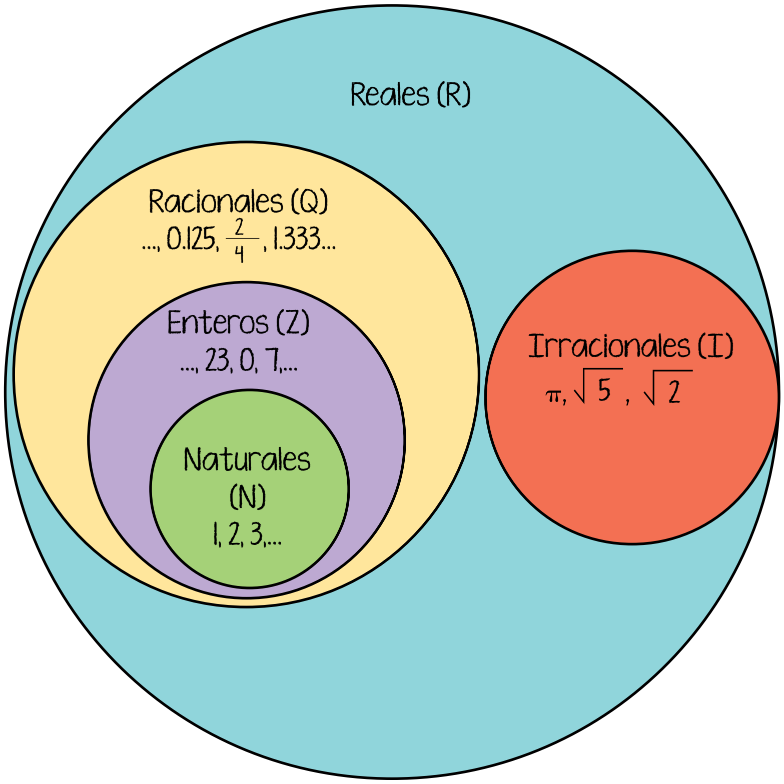
Tema 1. Los números racionales

Los **números naturales** son los primeros que se inventaron y sirven para contar objetos enteros; pero a veces se tiene la necesidad de hacer un recuento y operaciones sobre objetos enteros y partes sueltas, como un pollo y medio, tres cuartos de crema en la tienda o algún objeto dividido en dos o más partes.



Para trabajar con estas cantidades se inventaron los **números racionales**, que son aquellos que **nos permiten contar tanto objetos enteros como fraccionados**, o bien, partes de un todo. Así, utilizamos las fracciones para medir el tiempo: medio día, un cuarto de hora; para comparar qué presentación de un producto nos conviene de acuerdo con su precio: si medio kilo o tres cuartos de lentejas; para conocer el avance en un trabajo: si falta medio o un tercio de techo para terminar de pintarlo; entre otras actividades de la vida cotidiana.

El **conjunto de los números racionales se simboliza con Q** e incluye a los números naturales. Esto quiere decir que todos los números naturales también son números racionales, como se observa en este esquema de la clasificación de los números:



Ya conoces los números naturales; en este módulo trabajarás con los números racionales y conocerás cuáles son los números irracionales.

Los números enteros son los que no están fraccionados, por eso contienen a los números naturales.

Los números racionales se reconocen porque pueden escribirse como la división o el cociente de dos números enteros, lo que se indica con la línea horizontal entre ambas cantidades.

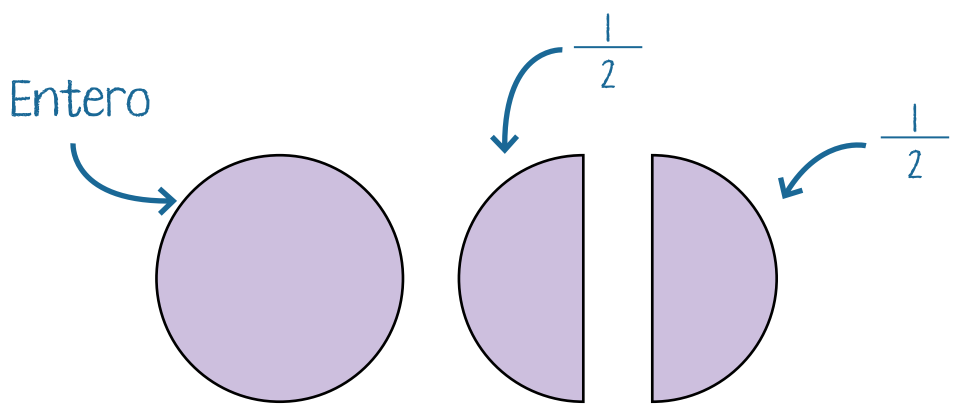
CONEXIONES

Repasa la secuencia 4 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1*, sobre todo cómo se escribe una división y cuáles son sus partes.

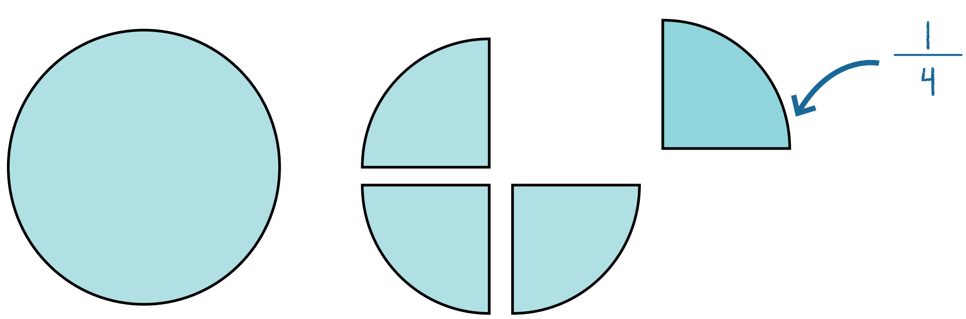
Recuerda que en una división el número de arriba se llama **dividendo**, mientras que el de abajo recibe el nombre de **divisor**.

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow \\ \text{divisor} \rightarrow \end{array} \frac{1}{2} = 1 \div 2$$

También se les conoce con el nombre de fracciones porque **representan cuántas partes iguales de un entero se están tomando**. Por ejemplo, este entero está dividido en dos medios: la fracción $\frac{1}{2}$ indica que se toma **una de las dos partes iguales** en que se ha dividido.



La fracción $\frac{1}{4}$ indica que se está tomando **una de cuatro partes iguales** en que se ha dividido un entero.



Recuerda que **todo número natural puede escribirse como división** si se le agrega el número 1 como divisor ya que, si se dividen, el resultado es ese mismo número. Por lo tanto, **todos los números naturales son también números racionales**.

$$25 = \frac{25}{1}$$

25 es igual a 25 entre 1.

En cuanto a las fracciones con cero, depende de su ubicación: si **el cero está en la posición del numerador, la fracción sí representa un número racional** porque indica la división de cero entre un número, en este caso el 16.

En cambio, **si el cero está en la posición del denominador, la fracción no es un número racional** porque la división de cualquier número entre cero no puede hacerse.

La división **SÍ** puede hacerse y el resultado es 0.

$$\frac{0}{16} \qquad \frac{16}{0}$$

La división **NO** puede hacerse, la calculadora marcará **ERROR**.

Los números racionales también pueden ser escritos como números decimales (números que tienen punto decimal y que se explicarán más adelante), resultado de una división inexacta. Por ejemplo:

$$\frac{3}{15}$$

Representa la división de 3 entre 15. **Con los números naturales no es posible hacer esta división**, pero sí con los números racionales:

$$3 \div 15 = 0.2$$

Por lo tanto, 0.2 también es un número racional escrito con decimales.

Distintas fracciones pueden expresar el mismo número al dividirse, entonces se dice que son **fracciones equivalentes**.

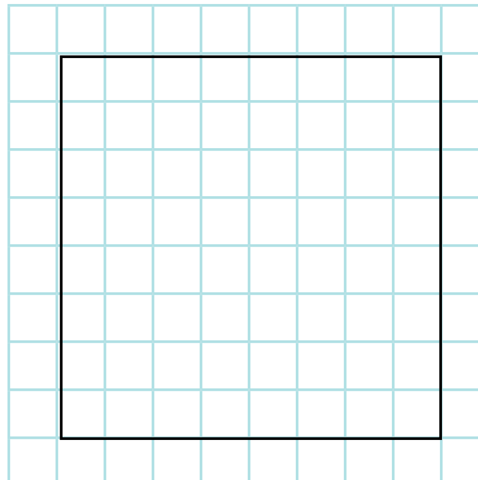
$$\frac{4}{2} = 2 \qquad \frac{100}{50} = 2 \qquad \frac{6}{3} = 2 \qquad \frac{48}{24} = 2$$

Estas fracciones son **equivalentes** porque el resultado de su división es el mismo. Es decir, pelar la mitad ($\frac{1}{2}$) de las papas de un costal es igual a pelar dos cuartas partes ($\frac{2}{4}$) del mismo, porque ambas fracciones tienen como resultado 0.5.

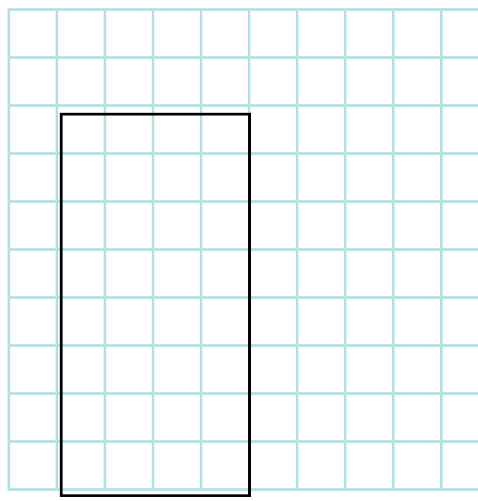
Actividad 1. **Repasa lo visto y haz lo que se te pide.**

a) Divide las imágenes y colorea lo que se indica.

1. Paolo y Viridiana tienen un terreno cuadrado y quieren repartírselo en partes iguales. Guíate por la cuadrícula para indicar dónde deben separarlo y colorea la parte de Paolo de color verde.



2. A su vez, Paolo quiere dividir su parte con Elena, Agustín y Esmeralda, así que quiere dividir su terreno en cuatro partes iguales. Señala cómo debe hacer la división y colorea su terreno de color amarillo.



b) Escribe en forma de fracción.

1. Tomo 2 partes de 5 en que se dividió una hoja blanca.

2. Separo 3 de 4 partes iguales en que se dividió un plato de arroz.

PROYECTO

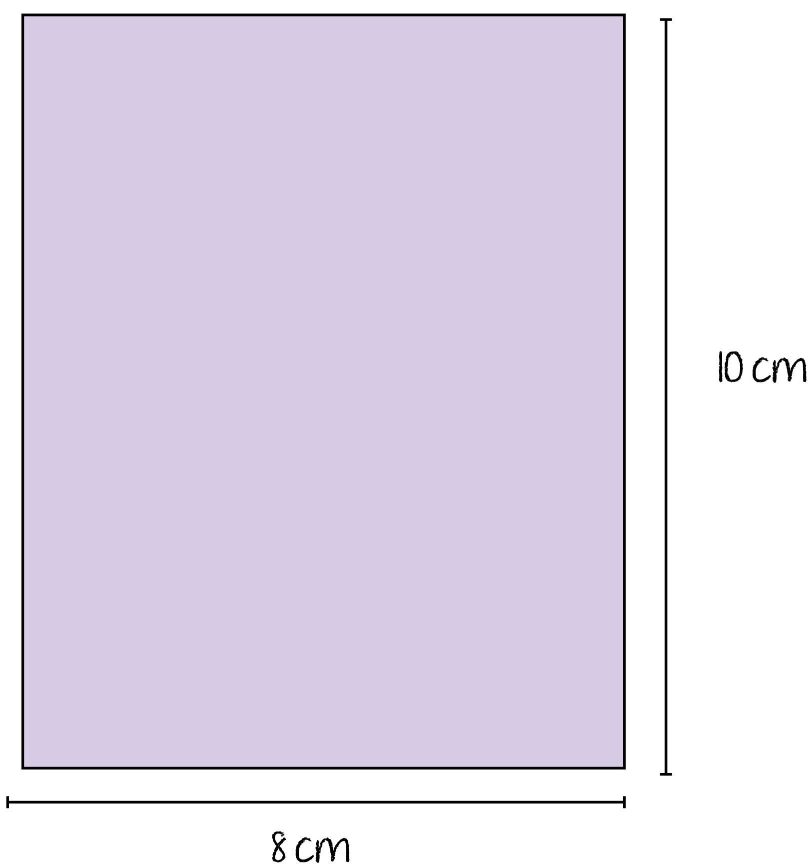
CONEXIONES

Si tienes dudas sobre cómo hacer un rectángulo, en la secuencia 6 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1* se explica en qué consiste esta figura geométrica.

Comienza con la primera etapa del proyecto *Juego de operaciones matemáticas*, que consiste en diseñar las tarjetas numéricas. Así practicarás la escritura de los números y repasarás las figuras geométricas. Para ello:

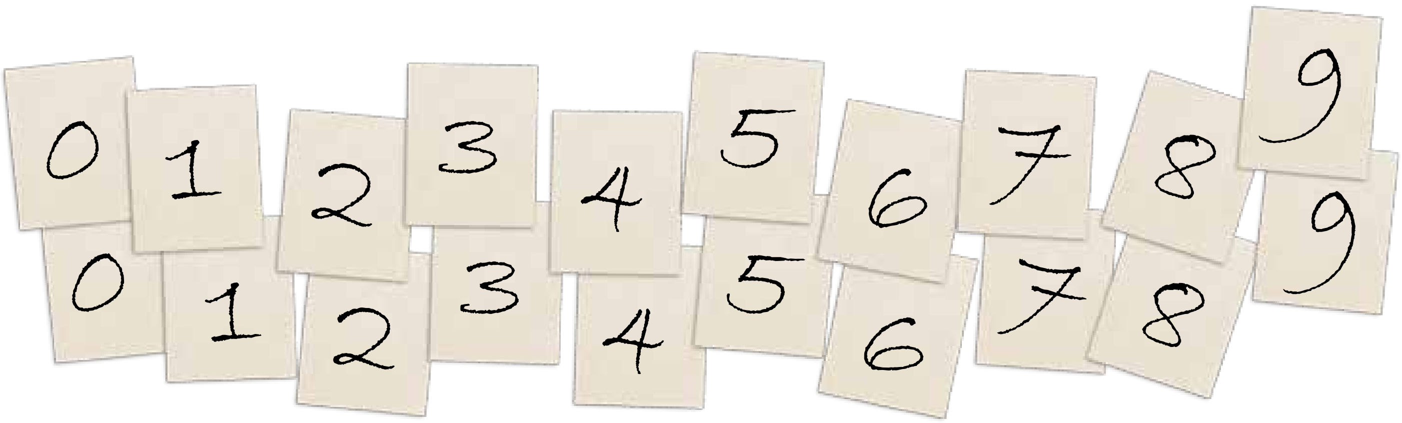
Consigue papel resistente. Puede ser cartulina, cartoncillo, dos cajas de cereal, los forros de alguna libreta que ya no uses o el que tengas a la mano. Procura que puedas escribir sobre él.

1. Con tu regla, mide y traza 22 rectángulos de 8 por 10 centímetros, como el que se muestra abajo. Para que te salgan bien, utiliza una escuadra, dos reglas u otra caja de cereal.

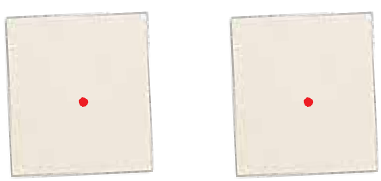


2. Recorta los rectángulos para formar las tarjetas. Aparta dos tarjetas.

3. En cada una de las 20 tarjetas restantes, escribe un dígito del 0 al 9. Al final tendrás dos tarjetas con el número 0, dos con el número 1 y así sucesivamente.



4. En las dos tarjetas restantes, dibuja un punto decimal.



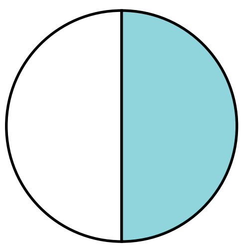
Guarda tus tarjetas para utilizarlas más adelante.

Tema 2. Lectura y escritura de fracciones

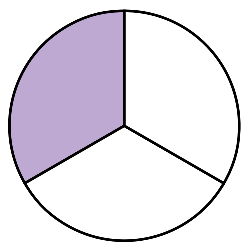
Aunque las partes de una fracción pueden nombrarse también como las partes de una división, cuando estés realizando operaciones con ellas es mejor nombrarlas de esta forma:

$$\frac{\text{Numerador (dividendo)}}{\text{Denominador (divisor)}} = \frac{5}{6}$$

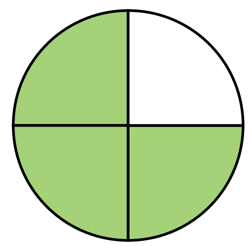
Cuando se **lee un número racional** expresado como fracción, el numerador se menciona tal cual, mientras que el denominador se dice de la siguiente forma:



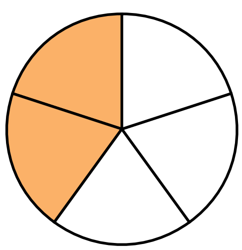
$\frac{1}{2}$ un medio



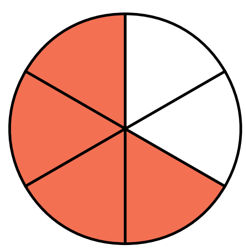
$\frac{1}{3}$ un tercio



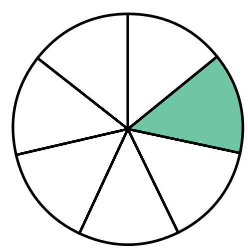
$\frac{3}{4}$ tres cuartos



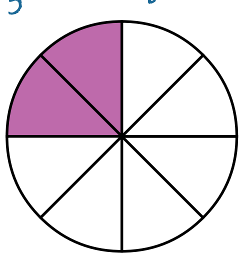
$\frac{2}{5}$ dos quintos



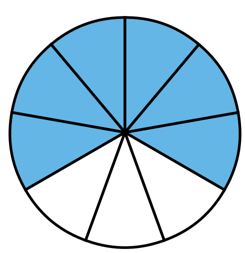
$\frac{4}{6}$ cuatro sextos



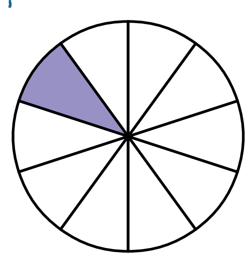
$\frac{1}{7}$ un séptimo



$\frac{2}{8}$ dos octavos

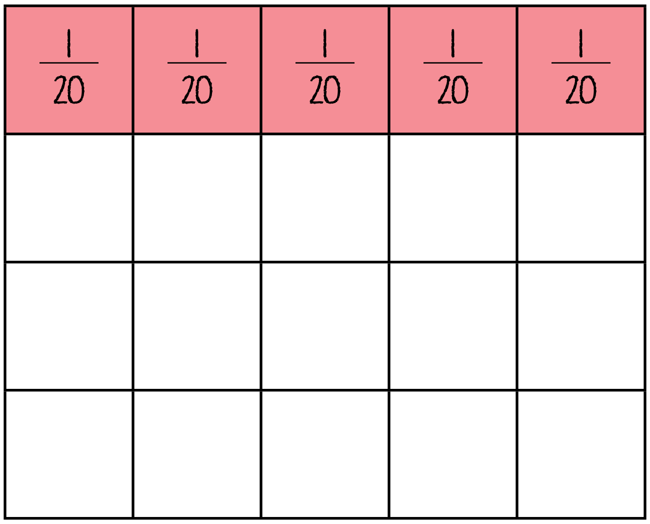


$\frac{6}{9}$ seis novenos



$\frac{1}{10}$ un décimo

Para los denominadores mayores a 10, se agrega la terminación "-avos" al nombre del número, de modo que para el 11 se dice **onceavos**; para el 12, **doceavos**; para el 13, **treceavos**; para el 14, **catorceavos**, y así sucesivamente.



Ejemplo:
El rectángulo está dividido en 20 partes y se están tomando las primeras 5. En números se representa de esta forma:

$$\frac{5}{20}$$

Y se lee y se escribe **cinco veinteavos.**

Actividad 2. **Practica lo aprendido.**

a) Responde las preguntas siguientes.

- En $\frac{8}{26}$, ¿cuál es el denominador?

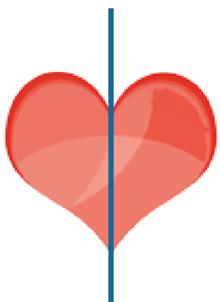
- En $\frac{68}{71}$, ¿cuál es el numerador?

b) Completa la tabla escribiendo estas fracciones con letra o con número.

Con número	Con letra
$\frac{2}{3}$	
$\frac{1}{8}$	
	Cinco décimos
	Tres medios
$\frac{10}{5}$	

c) Divide las imágenes en la fracción que se indica. Sigue el ejemplo.

Ejemplo



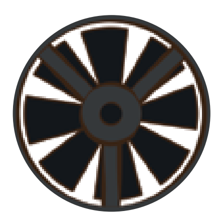
En medios

En medios

En tercios

En cuartos

En octavos



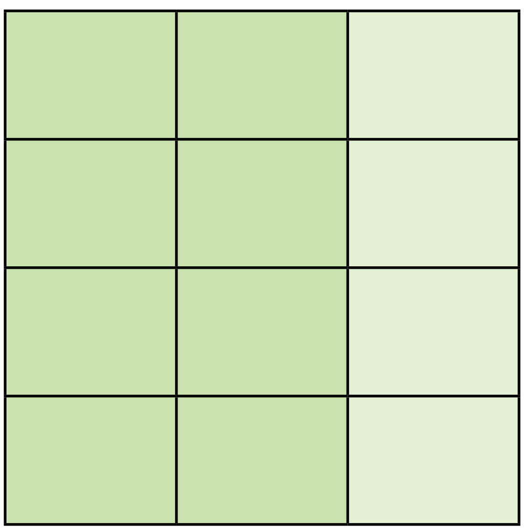
En sextos

Tema 3. Fracciones propias, impropias y mixtas

Las fracciones pueden ser propias, impropias y mixtas, dependiendo del valor de sus componentes.

Las fracciones propias son aquellas cuyo numerador es menor que su denominador. Observa el siguiente ejemplo:

Si una pieza de tela se divide en 12 partes iguales, y de ellas se toman 8, quedaría de esta forma:



$\frac{8}{12}$ ocho doceavos

El **numerador (8) es menor al denominador (12)**, así que se trata de una **fracción propia**. Si hacemos la división con calculadora, obtenemos:

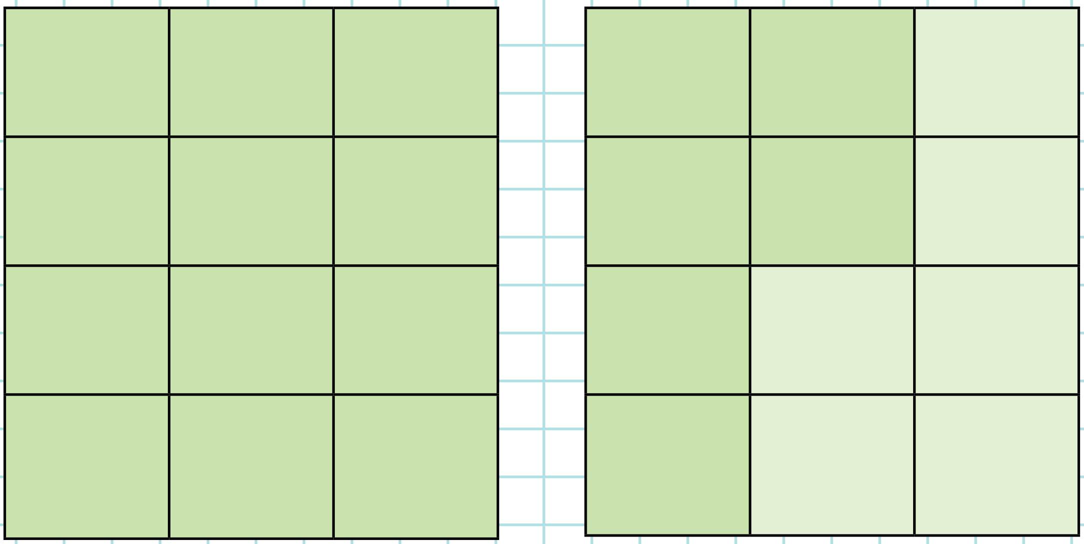
$$8 \div 12 = 0.6666667$$

Entonces, en las **fracciones propias** el resultado de la división entre numerador y denominador **siempre es menor de 1**.

- En las **fracciones impropias** sucede lo contrario: el numerador siempre es mayor al denominador.

Ejemplo 1

Si se tienen dos trozos de tela divididos en doce partes iguales, de los cuales se toman 18, como se muestra en la imagen, estamos hablando de una **fracción impropia**.



$\frac{18}{12}$ dieciocho doceavos

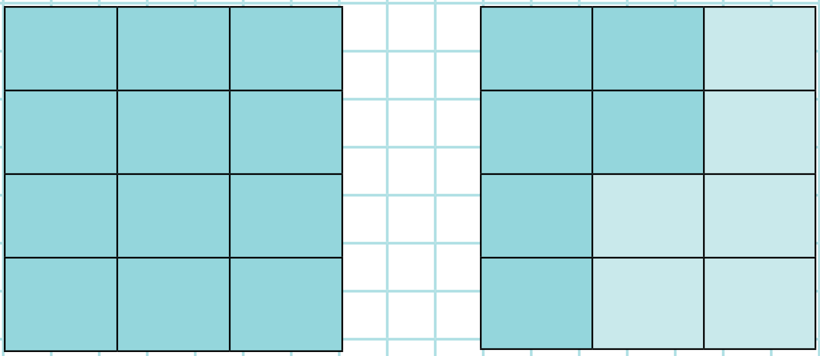
El numerador es mayor al denominador; si se hace la división, **el resultado es mayor a 1**, es decir, tiene una parte entera. En este caso, se está tomando una pieza entera de tela más un trozo de otra pieza:

$$18 \div 12 = 1.5$$

- **Las fracciones mixtas tienen una parte entera y otra fraccionaria**. Por lo tanto, su valor también es mayor a 1.

Ejemplo 2

Observa el ejemplo anterior, donde dos piezas de tela se cortaban en 12 partes iguales y se tomaban 18 partes, pero escrito como fracción mixta:



$1\frac{6}{12}$ Se lee: *un entero seis doceavos*

Esta fracción y la anterior son equivalentes porque cuando se dividen se obtiene el mismo resultado.

Como ya vimos: $18 \div 12 = 1.5$

Para dividir la fracción mixta, se divide primero el numerador entre el denominador y a esa cantidad se le suma la parte entera, en este caso 1:

$$6 \div 12 = 0.5$$

$$0.5 + 1 = 1.5$$

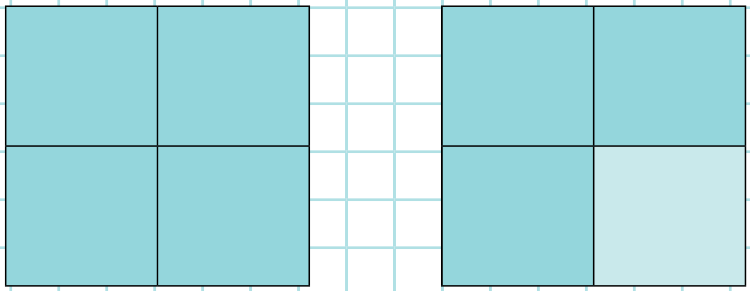
Por lo tanto:

$$\frac{18}{12} = 1\frac{6}{12}$$

Más adelante aprenderás a hacer sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con fracciones.

Ejemplo 3

Mira este otro ejemplo de fracción mixta:



$1\frac{3}{4}$ Se lee: un entero con tres cuartos

La parte más coloreada de estas piezas de tela representa al numerador y el total de cuadritos es el denominador.

Las fracciones mixtas y las fracciones impropias tienen una parte entera y una parte decimal.

Resumen

Fracciones propias:

$\frac{1}{3}$ porque $1 < 3$

$\frac{2}{5}$ porque $2 < 5$

$\frac{12}{20}$ porque $12 < 20$

Fracciones impropias:

$\frac{4}{2}$ porque $4 > 2$

$\frac{25}{1}$ porque $25 > 1$

$\frac{126}{54}$ porque $126 > 54$

Fracciones mixtas:

$20\frac{3}{4}$

es fracción mixta porque tiene 20 enteros con $\frac{3}{4}$

Actividad 3. Es momento de reforzar los conocimientos vistos; para ello, haz lo que se te pide.

a) Con una línea une cada fracción con la descripción que le corresponde.

$3\frac{1}{2}$

$\frac{2}{9}$ Fracción propia

$\frac{1}{4}$

$\frac{9}{6}$ Fracción impropia

$4\frac{1}{9}$

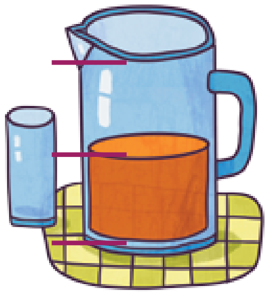
$5\frac{7}{8}$ Fracción mixta

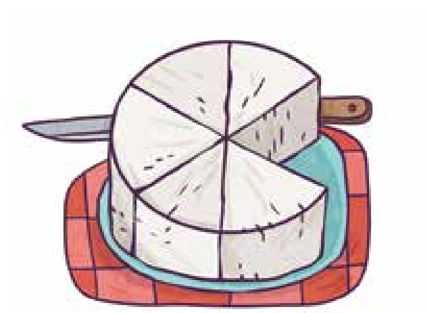
$\frac{8}{25}$

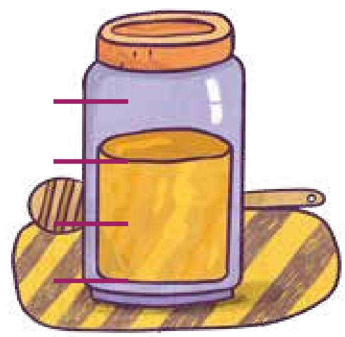
$\frac{13}{10}$

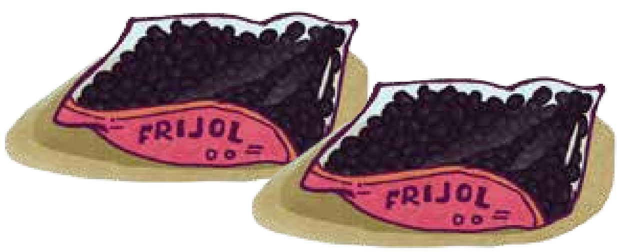
$\frac{54}{9}$

b) Observa cada imagen y escribe qué fracción representan.





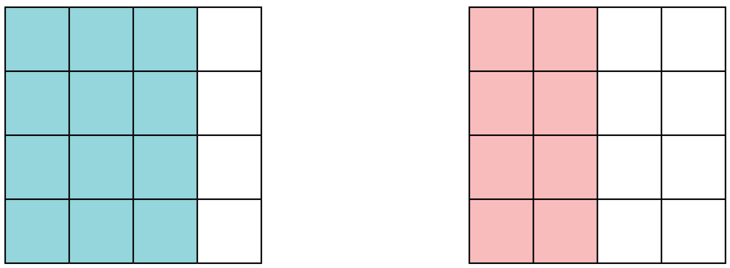




Tema 4. Comparación de fracciones

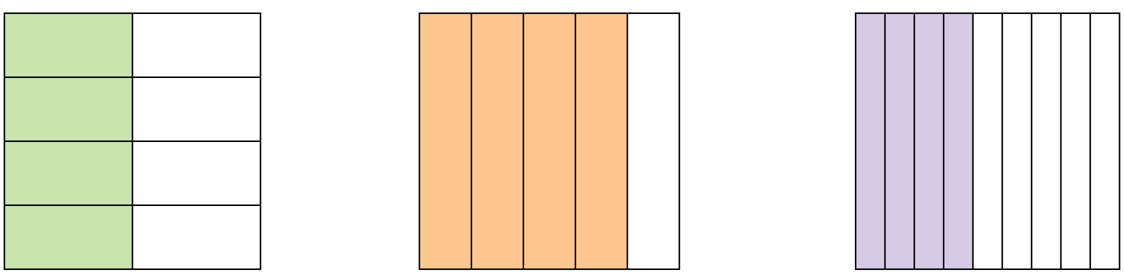
En ocasiones puede ser confuso saber si una fracción es menor o mayor a otra. Si tienes dudas, puedes hacer lo siguiente.

- **Dibujarlas y comparar los dibujos.**



$$\frac{12}{16} > \frac{8}{16}$$

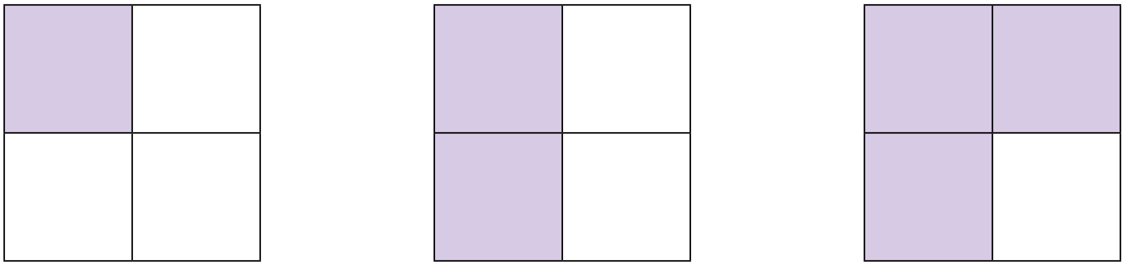
Si tienen el mismo numerador, **es mayor la fracción que tiene el menor denominador**:



$$\frac{4}{8} \qquad \frac{4}{5} \qquad \frac{4}{9}$$

$\frac{4}{8}$ y $\frac{4}{9}$ son menores que $\frac{4}{5}$

En fracciones con igual denominador, **es mayor la que tiene el numerador mayor**.



$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$ es mayor que $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{4}$

- **Usar la técnica de productos cruzados.**
  Consiste en multiplicar el numerador de una fracción por el denominador de la otra y comparar los resultados. Por ejemplo, si se tienen dos fracciones se multiplican en diagonal o de forma cruzada:

  $$\frac{4}{11} \quad \frac{8}{12}$$

  Al multiplicar se tiene que:

  $$4 \times 12 = 48$$

  $$8 \times 11 = 88$$

  El 48 es el resultado para la fracción $\frac{4}{11}$, mientras que el 88 es el resultado para la fracción $\frac{8}{12}$.

Al comparar los resultados, vemos que la fracción mayor es $\frac{8}{12}$, porque 88 > 48. Entonces:

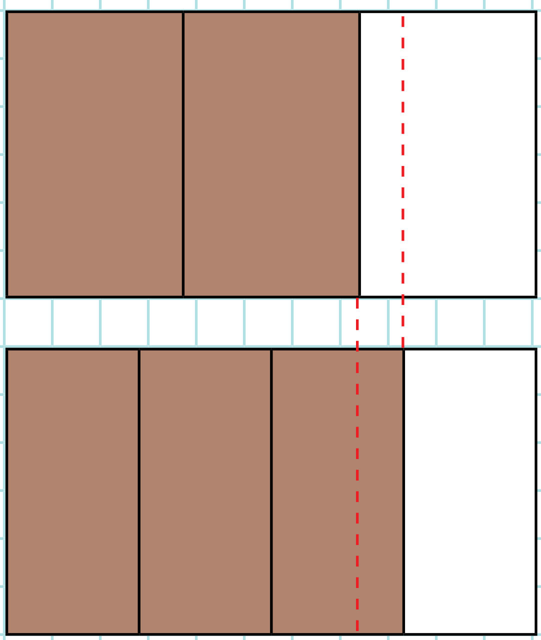
$$\frac{4}{11} < \frac{8}{12}$$

Es decir, $\frac{4}{11}$ es menor que $\frac{8}{12}$

Ejemplo:

Ramón se comprometió a sembrar maíz y frijol en al menos $\frac{3}{4}$ partes de un campo arado que está dividido en tercios. Si ya sembró $\frac{2}{3}$, ¿habrá cumplido su compromiso o todavía debe sembrar más?

Si divides el campo arado en tercios y en cuartos, juntas las imágenes y comparas lo que ya sembró, puedes notar a simple vista si ya cumplió su trabajo o todavía le falta.



$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{4}$

Con esta comparación visual, puedes notar que le falta un poco para cumplir su compromiso, así que:

$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ se lee: dos tercios es menor que tres cuartos.

Actividad 4. Compara las fracciones siguientes y escribe el signo menor que (<), mayor que (>) o igual a (=), según corresponda.

$\frac{8}{9} \bigcirc \frac{34}{35}$ $\qquad$ $\frac{10}{4} \bigcirc \frac{16}{8}$

$\frac{1}{2} \bigcirc \frac{3}{2}$ $\qquad$ $\frac{14}{20} \bigcirc \frac{5}{6}$

$\frac{4}{8} \bigcirc \frac{4}{4}$ $\qquad$ $\frac{4}{11} \bigcirc \frac{8}{11}$

$\frac{2}{12} \bigcirc \frac{1}{10}$ $\qquad$ $\frac{4}{6} \bigcirc \frac{2}{6}$

TIC

Prueba a practicar lo visto hasta ahora en el siguiente enlace, donde encontrarás varios ejercicios con fracciones: https://bit.ly/3BRoEL1

Tema 5. Fracciones decimales

Las fracciones que tienen por denominador una potencia de 10, es decir, 10, 100, 1 000, 10 000, entre otras, se llaman **fracciones decimales**. Estas fracciones indican la división de un número (numerador) entre el 10 o sus potencias (denominador):

CONEXIONES

En la secuencia 5 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1* puedes revisar las medidas del sistema métrico decimal y sus equivalencias.

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{85}{1000}$	$\frac{45}{10\,000}$
$1 \div 10$	$1 \div 100$	$85 \div 1000$	$45 \div 10\,000$

Se utilizan también para escribir **las medidas del sistema métrico decimal en fracciones**:

1 metro está formado por 10 decímetros. Es decir, cada decímetro es una parte de las 10 que componen el metro. Por lo tanto, un decímetro es igual a un décimo de metro. Esto se expresa así:

$$\frac{1}{10}$$

1 metro está formado por 100 centímetros. Es decir, se divide el metro en 100 partes y cada una de ellas es un centímetro. Entonces, un centímetro es igual a un centésimo de metro:

$$\frac{1}{100}$$

1 metro está formado por 1 000 milímetros. Es decir, se divide el metro en 1 000 partes y cada una de ellas es un milímetro. De modo que un milímetro es igual a un milésimo de metro: 0.001:

$$\frac{1}{1000}$$

Recuerda que un decímetro es mayor que un centímetro y un centímetro es mayor que un milímetro. Entonces:

$$\frac{1}{10} > \frac{1}{100} > \frac{1}{1000}$$

Actividad 5. Repasa el tema de las fracciones decimales con los siguientes ejercicios.

TIC

En este enlace encontrarás una calculadora en línea para convertir números decimales en fracciones: https://bit.ly/3ZxRbjD

a) Observa las siguientes fracciones y ordénalas de menor a mayor anotando la fracción más pequeña en la primera línea y así sucesivamente.

$\frac{4}{10\,000}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{4}{1\,000}$ $\frac{4}{100}$

_____ < _____ < _____ < _____

b) Ordena de mayor a menor esta secuencia de fracciones decimales, colocando la fracción mayor en el primer recuadro y así sucesivamente.

$\frac{1}{10\,000}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{4}{1\,000}$ $\frac{4}{100}$

_____ > _____ > _____ > _____

Tema 6. Números fraccionarios y números decimales

Hasta ahora se han visto los números racionales como **fracciones**, es decir, expresados como una división. Pero hay otra forma de plantearlos, que puede entenderse como el resultado o cociente de dicha división.

Gran parte de las divisiones son inexactas, es decir, su residuo o sobrante es distinto de cero. Si haces la división con calculadora o escrita, verás que obtienes como cociente un número decimal, es decir, con punto.

Los números decimales

Has estado en contacto con los números decimales al contar dinero con pesos y centavos, al medir longitudes en metros o centímetros, al calcular tu propia estatura, al cocinar o ver cocinar o en el precio de las cosas, como en el mercado.

Como se ha visto en esta unidad, los números racionales representan la división de dos números enteros:

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2$$

TIC

Para más información sobre los números racionales, te sugerimos visitar el portal académico del CCH de la UNAM, en la siguiente liga: https://bit.ly/3ALVG0f

Recuerda que **no todas las divisiones dan como resultado un número entero**; la mayoría de ellas son **inexactas**, es decir, tienen como resultado un número decimal. Con los números naturales no se podía dividir un número entre otro más grande, **los números racionales sí lo permiten**, con el uso del punto decimal, como puedes comprobar al realizar esta división con calculadora.

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$$

Entonces, los **números decimales** son aquellos que **tienen una parte entera y una parte decimal, separadas por un punto**. Observa los siguientes ejemplos de números decimales.

1.25

Tiene una parte entera, que es igual a 1 porque ese número está del lado izquierdo del punto.

Tiene una parte decimal formada por 25, porque ese número está del lado derecho del punto decimal.

0.5
Su parte entera es igual a 0. Es decir, es menos de un entero. Su parte decimal está formada por el número 5.

40.004
Su parte entera es igual a 40. Su parte decimal es 004.

En la parte decimal de un número, **el cero sí tiene valor** cuando se localiza a la izquierda, entre el punto decimal y un número diferente de cero, como en **1.005**, por ejemplo. Esto se debe a que las posiciones de los números a la derecha del punto decimal tienen un valor definido y reciben los siguientes nombres. Por ejemplo, un décimo se escribe con número así:

Centenas	Decénas	Unidades	Punto	Décimos	Centésimos	Milésimos
		0	.	1		

Para leer los números decimales se dice el número tal cual, más el nombre de la posición ocupada más alejada hacia la derecha:

0.1	Un décimo
0.01	Un centésimo
0.001	Un milésimo
0.0001	Un diezmilésimo
0.34	Treinta y cuatro centésimos
0.125	Ciento veinticinco milésimos
0.8572	Ocho mil quinientos setenta y dos diezmilésimos

El cociente o resultado de una división de números racionales puede ser igual a:

Un número entero

Cuando se obtiene un entero exacto. Por ejemplo:

$$\frac{4}{2} = 2$$

Un número decimal exacto

Cuando la división tiene como resultado un número no periódico. Por ejemplo:

$$\frac{2}{5} = 0.4$$

Un número decimal periódico puro

Después del punto decimal tiene una serie o periodo de números que se repiten hasta el infinito. Por ejemplo:

$$\frac{1}{3} = 0.3333333$$

Un número decimal periódico mixto

Después del punto decimal tienen una parte no periódica seguida de números que se repiten hasta el infinito. En 0.5111111, el 5 es la parte no periódica y el 111111 es la serie periódica. Por ejemplo:

$$\frac{23}{45} = 0.5111111$$

No todos los números decimales pueden escribirse como la división exacta o periódica de dos enteros. Estos números decimales se llaman también irracionales. El número π es un ejemplo de un **número irracional**.

Actividad 6. **Repasa lo visto sobre el tema de los números decimales.**

a) Responde las preguntas.

1. ¿En qué cosas o momentos de tu vida has visto números decimales?

2. ¿Alguna vez te han **redondeado** el precio de algo?, ¿por qué?

CONEXIONES

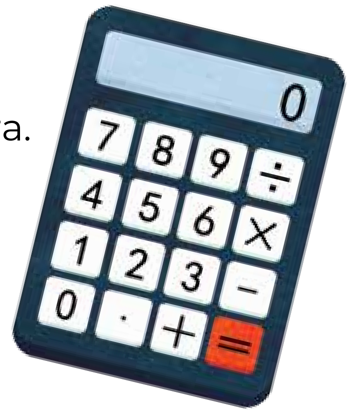
Repasa el número π y sus propiedades en la secuencia 8 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

TIC

Conoce ejemplos de números irracionales y su aplicación en la vida cotidiana en este enlace: https://bit.ly/3fjOsbg

CÓDIGO COMÚN

Redondear: proceso que consiste en reducir las cifras decimales de una cantidad para facililtar las operaciones.



b) Haz las siguientes divisiones con una calculadora.

$\frac{2}{6}$ = ______ $\frac{3}{4}$ = ______

$\frac{3}{2}$ = ______ $\frac{6}{4}$ = ______

$\frac{4}{2}$ = ______ $\frac{5}{1000}$ = ______ $\frac{9}{6}$ = ______

$\frac{10}{10}$ = ______ $\frac{14}{100}$ = ______ $\frac{15}{20}$ = ______

c) Responde las preguntas sobre las divisiones que acabas de hacer.

1. ¿Cuál resultado se repite tres veces?

____

2. ¿Cuáles son las tres divisiones o fracciones que dan ese resultado?

____

3. ¿Cuál división o fracción da como resultado un número decimal periódico puro?

____

4. ¿Hay algún resultado que tenga números enteros? De ser así, escríbelo o escríbelos.

____

5. ¿Cuál división da como resultado cinco milésimos?

____

6. ¿Qué es mayor, un décimo o un diezmilésimo?

____

7. ¿Cuál resultado o cociente se repite dos veces?

____

PROYECTO

a) Ahora que ya has visto las posiciones que ocupan los decimales dentro de una cifra, vas a elaborar las tarjetas posicionales para el proyecto *Juego de operaciones matemáticas*. Para ello:

1. Recorta más papel grueso para formar 9 tarjetas de 10 por 14 centímetros.

2. Colorea tres tarjetas de un color, tres de otro color y tres más de otro color. No cargues mucho el color porque después vas a escribir encima, como se muestra en el ejemplo.

3. Escribe en cada juego de tarjetas:

   - En las de un color, escribe "Unidades" en la primera, luego escribe "Decenas" en la segunda y "Centenas" en la tercera.

- En las de otro color, escribe en cada una: “Décimos”, “Centésimos” y “Milésimos”.

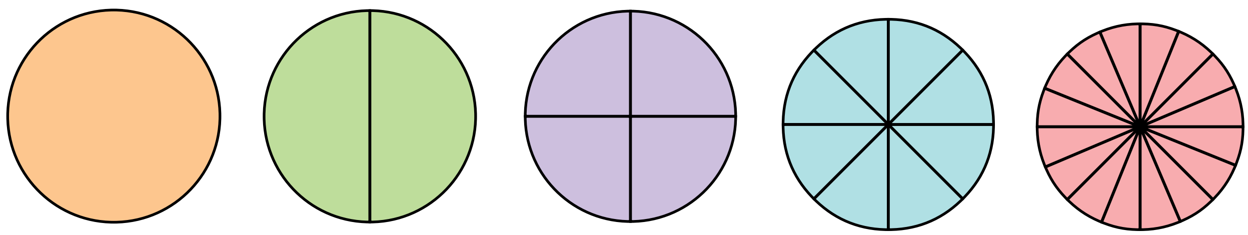
- Finalmente, en las tarjetas con un tercer color, escribe: “Diezmilésimos”, “Cienmilésimos” y “Millonésimos”.

b) Guarda tus tarjetas junto con las otras que hiciste.

Tema 7. Comparación de fracciones con números decimales

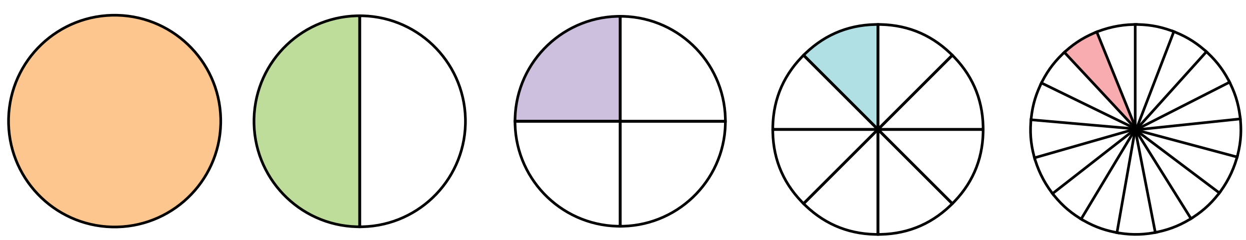
Observa las imágenes que se presentan acerca de la equivalencia entre fracciones y el resultado de su división.

Si se selecciona todo el entero:



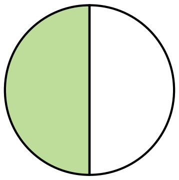
1 entero	2 medios	4 cuartos	8 octavos	16 dieciseisavos
$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{2} = 1$	$\frac{4}{4} = 1$	$\frac{8}{8} = 1$	$\frac{16}{16} = 1$

Si solo se selecciona una parte:



$\frac{1}{2} = 0.5$ $\frac{1}{4} = 0.25$ $\frac{1}{8} = 0.125$ $\frac{1}{16} = 0.0625$

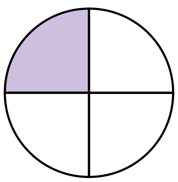
Si se divide un entero en dos partes, cada parte es una mitad. **Cada mitad puede expresarse como $\frac{1}{2}$ o 0.5**. Si se suman las dos partes, el resultado es otra vez 1, porque se obtiene otra vez el entero.



$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$$

$$0.5+0.5=1$$

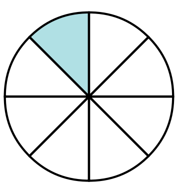
De la misma manera, un cuarto de entero puede expresarse como $\frac{1}{4}$ o 0.25. Si se suman las cuatro partes:



$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

$$0.25+0.25+0.25+0.25=1$$

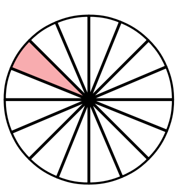
Un octavo de entero puede expresarse como $\frac{1}{8}$ o 0.125.
Si se suman las partes:



$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

$$0.125+0.125+0.125+0.125+0.125+0.125+0.125+0.125=1$$

Un dieciseisavo de entero puede expresarse como $\frac{1}{16}$ o 0.0625.
Si se suman:



$$\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}$$

$$+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=1$$

$$0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625$$

$$+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625+0.0625=1$$

En las imágenes anteriores se muestra la correspondencia entre fracciones y números decimales:

- Un entero está compuesto por dos medios $\left(\frac{2}{2}\right)$.
- Un medio está formado por dos cuartos $\left(\frac{2}{4}\right)$.
- Un cuarto se hace con dos octavos $\left(\frac{2}{8}\right)$.
- Un octavo se compone de dos dieciseisavos $\left(\frac{2}{16}\right)$, y así sucesivamente.

Cada una de estas correspondencias indica que dichas fracciones son equivalentes, es decir, que valen lo mismo, como puede comprobarse al dividir el numerador entre el denominador.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} \text{ ....etcétera.}$$

En estos casos, **el resultado de cada fracción es 0.5**.

Fracciones equivalentes

Para obtener las fracciones equivalentes, se multiplica o divide el numerador y el denominador por el mismo número. En este ejemplo, es por dos:

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{2}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{8} \qquad \frac{4}{8} \times \frac{2}{2} = \frac{8}{16}$$

En estas fracciones que dan por resultado 0.5, el numerador **siempre** es la mitad del denominador.

Para comparar una fracción con un número decimal y saber cuál es mayor, primero se convierte la fracción en un número decimal y después se hace la comparación.

Así, para saber si $\frac{8}{5}$ es mayor que 1.5, primero se convierte $\frac{8}{5}$ en un número decimal:

$$\frac{8}{5} = 1.6$$

Después, se comparan ambas cantidades:

$$1.6 > 1.5$$

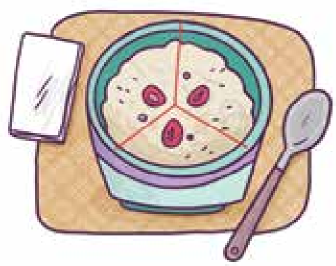
1.6 es mayor porque, aunque ambos tienen el mismo número en los enteros, 1.6 tiene 6 décimas y 1.5 solo tiene 5 décimas, y 6 > 5.

Por lo tanto:

$$\frac{8}{5} > 1.5$$

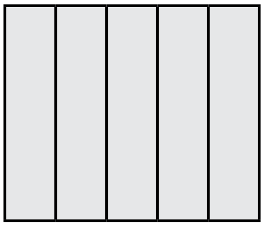
Actividad 7. Te invitamos a efectuar la siguiente actividad para reforzar los aprendizajes obtenidos.

a) Haz las sumas necesarias para completar un entero con la fracción que se indica. Sigue el ejemplo.



Un tazón de avena dividido en tercios:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1$$



Una hoja de papel dividida en quintos:

Un litro de leche dividido en medios:

Un tapete dividido en décimos:

b) Califica con una paloma ✓ si las oraciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F). Puedes dibujar en tu cuaderno para comparar las fracciones .

	V	F
Los números decimales no tienen parte entera, solamente parte decimal.		
$\frac{1}{3}$ equivale a $\frac{2}{6}$.		
$\frac{2}{5}$ es igual a 0.4.		
$\frac{3}{2}$ equivale a 0.666 en números decimales.		
$\frac{2}{4}$ es mayor que $\frac{4}{2}$.		
1.5 es menor que $\frac{3}{4}$.		
$\frac{5}{10}$ y $\frac{6}{12}$ son fracciones equivalentes.		

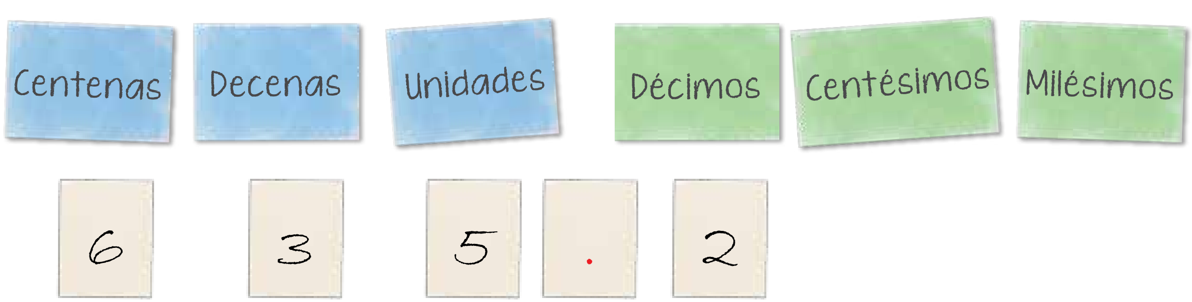
PROYECTO

Prepárate ahora a resolver el primer nivel del juego. Para ello, reúnete con tu familia, amistades o con otras personas del *Círculo de estudio.*

a) Tienes que colocar sobre una superficie plana, como una mesa, las siguientes tarjetas posicionales, en este orden:

1. Arroja un dado y observa el número que te salió. Coloca una tarjeta con ese número en la posición de las unidades, repite el procedimiento hasta completar una centena. Por ejemplo, si obtuviste un 5, un 3 y un 6, coloca las tarjetas en este orden:

2. Coloca el punto decimal donde corresponde y tira el dado una vez más, coloca el número que te salga en la posición de los décimos. Por ejemplo, si obtuviste un 2, quedaría de esta forma:



b) Responde ayudándote del juego (recuerda llenar espacios con el cero cuando sea necesario):

- Escribe cómo quedarían las tarjetas si el 2 estuviera en la posición de centésimos:

  ____

- Escribe cómo quedarían las tarjetas si el 2 estuviera en la posición de milésimos:

  ____

- ¿Cómo acomodarías el número 27.5? El 2 en las ______________, el 2 en las __________________________ y el 5 en la posición de los __________________________.

- De la cifra 324.06, ¿en qué posición está el 2?

  ____

c) Agrega en la mesa todas las tarjetas posicionales y forma un número que llegue hasta la posición de millonésimos. Ahora, escríbelo con número:

Y escríbelo con letra:

____

d) Practica formando otros números. Después, junta y guarda tus tarjetas.

CIERRE

En esta secuencia repasaste los números racionales y aprendiste que se pueden expresar tanto en forma de fracciones como en decimales; conociste que las fracciones pueden ser propias, impropias y mixtas, y que también las hay decimales. Finalmente, reconociste los números decimales, encontraste equivalencias con fracciones y revisaste cuáles son los décimos, centésimos y milésimos.

Actividad de cierre. Para finalizar esta secuencia, realiza lo que se te pide.

a) Subraya la respuesta correcta.

1. ¿En qué caso se está utilizando una fracción?

   - Cuando utilizas un cuarto de cartulina para dibujar.
   - Al caminar 800 pasos hasta el parque.
   - Si eliges usar la bicicleta en lugar del transporte público.
   - Cuando llenas tu vaso de agua.

2. ¿Cuál es la equivalencia de $\frac{1}{2}$ taza de arroz?

   - $\frac{2}{3}$ de taza
   - $\frac{1}{4}$ de taza
   - $\frac{2}{2}$ de taza
   - $\frac{2}{4}$ de taza

3. ¿Cuál fracción equivale a 0.5?

- $\frac{4}{2}$
- $\frac{2}{2}$
- $\frac{5}{10}$
- $\frac{1}{5}$

b) Dibuja en el recuadro la cantidad que se te solicita.

- Un medio

- $\frac{4}{6}$

- 1.5

- Un entero y tres cuartos

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Diseñé y elaboré tarjetas con números.	
Diseñé y elaboré tarjetas con punto decimal.	
Diseñé y elaboré tarjetas posicionales.	
Jugué el primer nivel del juego.	

Secuencia

2

Suma y resta con fracciones y decimales positivos

Ahora que ya identificas los números racionales tanto en fracciones como en decimales, en esta secuencia practicarás las sumas y restas con estos números.

PROYECTO

También continuarás con el desarrollo del proyecto *Juego de operaciones matemáticas*.

Las actividades del proyecto son las siguientes:

- Elaboración de tarjetas numéricas.
- Elaboración de tarjetas de operaciones (suma y resta) y del signo igual.
- Resolución del segundo nivel del juego.

Recuerda que el ícono **PROYECTO** se emplea para distinguir las actividades del proyecto.

INICIO

Actividad de inicio. **Repasa el tema de los números racionales.**

a) Responde las preguntas y dibuja lo que se te pide.

1. Observa las ventanas de tu casa, ¿cómo las dividirías en tres partes iguales? Dibújalo.

2. ¿Qué necesitas para hacer una división exacta de su superficie?

3. ¿Para qué te sirve dividir un objeto en partes iguales?

4. Escribe los precios, con centavos, de tres alimentos que sueles comprar.

5. ¿Cómo sumarías estos precios para calcular el total de tu gasto?

6. Si restas el precio del producto más económico, ¿cuánto te queda?

b) Lee las oraciones y subraya la opción correcta.

1. Los números racionales se reconocen porque pueden ser escritos como:

- La suma de dos números enteros: $12 + 16 = 28$
- La resta de dos números enteros: $27 - 14 = 13$
- La multiplicación de dos números enteros: $10 \times 5 = 50$
- La división de dos números enteros: $\frac{1}{2} = 0.5$

2. En el número racional $\frac{5}{8}$, el número 5 es el:

- Numerador
- Denominador
- Producto
- Cociente

3. Los números decimales son aquellos que:

- Tienen una parte entera seguida de un punto.
- Tienen una parte entera y una parte decimal separadas por un punto.
- Tienen una parte decimal sin una parte entera.
- Tienen una parte entera y una parte decimal separadas por una línea diagonal.

4. ¿En qué posición está el número 1 en la cantidad decimal 4.98176?

- Décimas
- Milésimas
- Centésimas
- Millonésimas

Tema 1. Suma de fracciones con igual denominador

CONEXIONES

Repasa las propiedades de la suma de números naturales en la secuencia 2 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

Para sumar fracciones con el mismo denominador, se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador. Esta suma directa solo puede hacerse si dos o más fracciones tienen el mismo denominador.

$$\frac{1}{7} + \frac{5}{7} = \frac{1+5}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+5+4}{9} = \frac{11}{9}$$

La suma de fracciones también cuenta con la **propiedad conmutativa,** por eso no importa en qué orden se sume, **el resultado siempre será el mismo**:

$$\frac{2}{9} + \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+5+4}{9} = \frac{11}{9}$$

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{4+2+5}{9} = \frac{11}{9}$$

Como sucede con la suma de números naturales, en la **suma de fracciones también aplica la propiedad asociativa**. Observa el siguiente ejemplo:

$$\frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{5}{9} =$$

Opción 1 para agrupar

$$\left(\frac{4}{9}+\frac{2}{9}\right)+\frac{5}{9}=$$

$$\left(\frac{4+2}{9}\right)+\frac{5}{9}=$$

$$\frac{6}{9}+\frac{5}{9}=$$

$$\frac{6+5}{9}=\frac{11}{9}$$

Opción 2 para agrupar

$$\frac{4}{9}+\left(\frac{2}{9}+\frac{5}{9}\right)=$$

$$\frac{4}{9}+\left(\frac{2+5}{9}\right)=$$

$$\frac{4}{9}+\frac{7}{9}=$$

$$\frac{4+7}{9}=\frac{11}{9}$$

Opción 3 para agrupar

$$\left(\frac{4}{9}+\frac{5}{9}\right)+\frac{2}{9}=$$

$$\left(\frac{4+5}{9}\right)+\frac{2}{9}=$$

$$\frac{9}{9}+\frac{2}{9}=$$

$$\left(\frac{9+2}{9}\right)=\frac{11}{9}$$

Cuando el numerador y el denominador del resultado de una operación son divisibles de forma exacta entre un mismo número, el resultado se **simplifica**. Para ello, se dividen el numerador y el denominador entre el mismo número. Por ejemplo, en la suma:

$$\frac{1}{6}+\frac{7}{6}=\frac{8}{6}$$

Puedes ver que en el resultado $\frac{8}{6}$ tanto el numerador (8) como el denominador (6) son divisibles de forma exacta entre 2. Es decir, tanto el numerador como el denominador de la fracción tienen mitad exacta.

De esta forma:

Mitad de 8:

$$8 \div 2 = 4$$

Mitad de 6:

$$6 \div 2 = 3$$

Tras simplificar el resultado, puedes ver que la suma anterior también es igual a $\frac{4}{3}$.

$$\frac{1}{6} + \frac{7}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

A continuación puedes ver otro ejemplo:

$$\frac{7}{20} + \frac{23}{20} = \frac{30}{20}$$

En este caso, tanto el numerador (30) como el denominador (20) tienen mitad exacta, por lo tanto, se puede simplificar el resultado:

$$\frac{7}{20} + \frac{23}{20} = \frac{30}{20} = \frac{15}{10}$$

En la fracción $\frac{15}{10}$, tanto el numerador (15) como el denominador (10) pueden ser divididos entre 5 de forma exacta para volver a simplificar el resultado de la suma:

$$\frac{7}{20} + \frac{23}{20} = \frac{30}{20} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

El resultado de una suma de fracciones debe simplificarse tantas veces como sea necesario, hasta que ya no pueda simplificarse más.

Actividad 1. Es momento de practicar las sumas de fracciones, lee las instrucciones y realiza lo que se te pide.

a) Resuelve las siguientes sumas y anota el resultado. Simplifica cuando sea posible.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$ ____________ $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} =$ ____________

$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} =$ ____________ $\frac{2}{7} + \frac{2}{7} =$ ____________

$\frac{1}{9} + \frac{4}{9} =$ ____________ $\frac{6}{10} + \frac{2}{10} =$ ____________

$\frac{2}{5} + \frac{6}{5} =$ ____________ $\frac{10}{15} + \frac{3}{15} =$ ____________

$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6} =$ ____________ $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} =$ ____________

b) Responde lo que se pregunta.

- De las sumas anteriores, ¿cuáles resultados pudiste simplificar?

____

____

- ¿Entre qué número es divisible $\frac{8}{10}$?

____

- ¿Cuál es el resultado de simplificar $\frac{3}{6}$?

____

- Escribe un ejemplo de una suma cuyo resultado no pudiste simplificar.

____

Tema 2. Resta de fracciones con igual denominador

CONEXIONES

Repasa las partes de una resta en la secuencia 2 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

Como ocurre en la suma, para restar fracciones con el **mismo denominador** se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador. Esta resta directa solo puede hacerse si dos o más fracciones tienen el mismo denominador. Por ahora, solo practicarás la resta cuando la fracción minuendo es mayor que la fracción sustraendo.

Para resolverla, basta con restar sus numeradores y después colocar al resultado el mismo denominador.

Recuerda que el minuendo es la cantidad a la que se le resta o quita la otra cantidad, que es el sustraendo.

Minuendo

Sustraendo

$$\frac{9}{15} - \frac{3}{15} = \frac{9-3}{15} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{9}{15} > \frac{3}{15}$$

Fracción minuendo

Fracción sustraendo

El resultado de una resta de números racionales también puede simplificarse.

Para el resultado de la resta de fracciones del ejemplo anterior $\left(\frac{6}{15}\right)$, tanto el numerador (6) como el denominador (15) se pueden dividir (esto es, son divisibles) de forma exacta entre el número 3. Por este motivo, tras dividir el 6 y el 15 entre 3, el resultado también es igual a $\frac{2}{5}$. Es decir, $\frac{6}{15}$ y $\frac{2}{5}$ son fracciones equivalentes.

$$\frac{9}{15} - \frac{3}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

Actividad 2. Practica ahora la resta de fracciones con el mismo denominador. Para ello, haz lo que se te pide.

a) Resuelve las restas siguientes y escribe el resultado. Simplifica cuando sea posible.

$\frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$ ______	$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} =$ ______
$\frac{3}{16} - \frac{1}{16} =$ ______	$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} =$ ______
$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} =$ ______	$\frac{7}{10} - \frac{2}{10} =$ ______
$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} =$ ______	$\frac{30}{45} - \frac{27}{45} =$ ______
$\frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} =$ ______	$\frac{4}{12} - \frac{1}{12} - \frac{1}{12} =$ ______

b) Responde lo que se pregunta.

- De las restas anteriores, ¿cuáles resultados pudiste simplificar?

  ______

- ¿A cuál fracción corresponde el resultado simplificado de $\frac{1}{15}$?

  ______

- ¿Cuál es el resultado de simplificar $\frac{2}{16}$?

  ______

- Escribe un ejemplo de una resta cuyo resultado no pudiste simplificar.

  ______

TIC

En el portal académico del Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM se explica el tema de la división de los decimales e incluye ejercicios de división. Consúltalo en: https://bit.ly/3ALVG0f

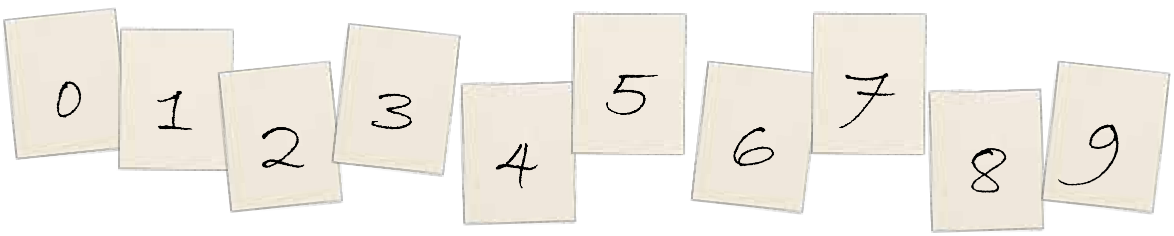
PROYECTO

CONEXIONES

Retoma las medidas y forma de hacer las tarjetas de la secuencia 1 de esta misma unidad y módulo.

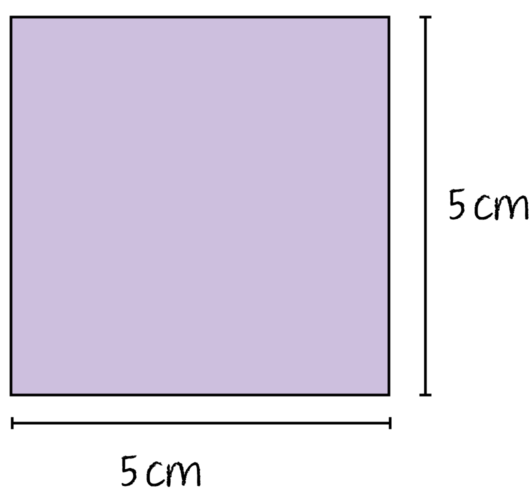
Para continuar con el proyecto de esta unidad necesitas hacer tarjetas numéricas adicionales. Utiliza material como el de la secuencia anterior. Estos son los pasos a seguir:

a) Elabora otras 10 tarjetas numéricas iguales a las que ya hiciste, para que tengas tres tarjetas de cada número y un total de 30.

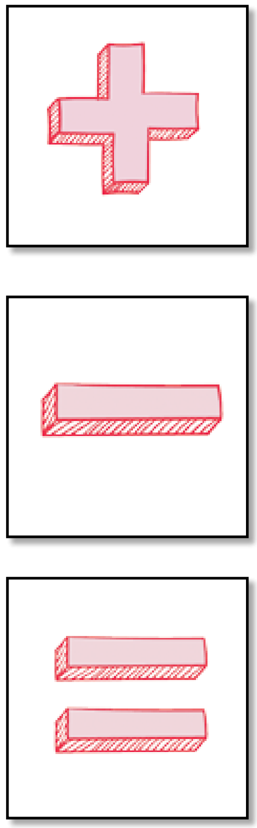


- Contar con tres tarjetas de cada número te facilitará agrupar números y formar cantidades.

b) Recorta dos cuadrados de 5 centímetros de lado. Debe quedar de este tamaño.



- En el primero, escribe con color rojo el signo "más"; en el segundo escribe el signo "menos"; en el tercero, el signo "igual". Intenta que queden grandes y gruesos para que puedas distinguirlos.



c) Guarda tus tarjetas para usarlas más adelante. Con ellas puedes practicar para formar cantidades, hacer sumas y restas. ¡Ya tienes listo el juego para el segundo nivel!

Tema 3. Sumas y restas con fracciones de distinto denominador

Para resolver operaciones de suma y resta de fracciones con distinto denominador, se sigue un procedimiento diferente: **es necesario encontrar primero un mismo denominador para las fracciones que se están sumando**. Por ejemplo, para esta suma:

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{3}{5} =$$

Debe encontrarse un denominador general que sea **divisible entre el denominador de cada sumando**. Esto se logra con fracciones equivalentes que se obtienen calculando el **mínimo común múltiplo** de sus denominadores (el mínimo común múltiplo se abrevia **m.c.m.**).

El **mínimo común múltiplo de dos o más números naturales es el número más pequeño que es múltiplo de todos ellos**, es decir que contiene un número exacto de veces de todos los números involucrados, en este caso, los denominadores 15, 20 y 5.

Lo mismo aplica para el caso de la resta de fracciones que no tienen el mismo denominador, como en este caso.

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} =$$

El mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Para resolver una suma o resta de fracciones con distinto denominador, primero es necesario encontrar fracciones equivalentes. Esto se hace calculando el mínimo común múltiplo de los denominadores.
En el ejemplo:

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{3}{5} =$$

CONEXIONES

Recuerda cuáles son los números primos en la secuencia 4 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

- Se calculan los **factores primos** de los denominadores. Para buscar el **m.c.m**. de los denominadores 15, 20 y 5, se empieza por escribirlos en un mismo renglón y trazar una línea recta vertical del lado derecho.

$$\begin{array}{ccc|c} 15 & 20 & 5 & \end{array}$$

Después, se revisa si los denominadores son divisibles entre los números primos, comenzando por el menor, que es el 2. Entonces, se observa si alguno se puede dividir de forma exacta entre el 2. En este caso, el 20 sí cumple esta condición, así que escribimos el 2 del lado derecho de la línea vertical, en el mismo renglón donde están los tres denominadores:

$$\begin{array}{ccc|c} 15 & 20 & 5 & 2 \end{array}$$

Ahora dividimos el número 20 entre 2, lo que da 10, y este resultado lo escribimos debajo del número 20. Dado que los números 15 y 5 no son divisibles de forma exacta entre 2, los escribimos igual en el siguiente renglón.

Como el número 10 también es divisible de forma exacta entre el 2 (es decir, tiene mitad exacta), volvemos a escribir el 2 del lado derecho de la línea, en el mismo renglón del número 10, al cual le sacamos la mitad y escribimos el resultado (5) debajo del 10. Una vez más, como el 15 y el 5 no tienen mitad exacta, los escribimos igual en ese renglón:

15	20	5	|	2
15	10	5	|	2
15	5	5	|	

Después se ve si alguno de los denominadores se puede dividir de forma exacta entre el siguiente número primo, que es el 3. En este caso, el número 15 sí cumple con esa condición, por lo que escribimos el 3 del lado derecho de la línea, en el mismo renglón donde están el 15 y los dos números 5.

15	20	5	|	2
15	10	5	|	2
15	5	5	|	3

Ahora dividimos 15 entre 3, lo que es igual a 5, el cual escribimos debajo del 15 y bajamos igual los otros dos números 5:

$$\begin{array}{ccc|c} 15 & 20 & 5 & 2 \\ 15 & 10 & 5 & 2 \\ 15 & 5 & 5 & 3 \\ 5 & 5 & 5 & \end{array}$$

Ahora vemos si los números que quedan en el último renglón son divisibles de forma exacta entre 5, lo que es así. Por lo tanto, escribimos el 5 del lado derecho de la línea, debajo del 3, y dividimos cada uno de los otros tres números 5 entre 5, lo que es igual a 1, resultados que anotamos debajo de cada número 5:

$$\begin{array}{ccc|c} 15 & 20 & 5 & 2 \\ 15 & 10 & 5 & 2 \\ 15 & 5 & 5 & 3 \\ 5 & 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

Cuando hasta abajo de cada columna del lado izquierdo de la línea se tienen solo números 1, el cálculo de los factores primos ha terminado. Solo resta encontrar el m.c.m., para lo cual multiplicamos entre sí los factores primos que se encontraron. En este caso:

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores 15, 20 y 5 es igual a 60.

Ahora puedes continuar con tu suma o resta, colocándolo como denominador común de las tres fracciones.

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{3}{5} = \frac{}{60}$$

Como lo que se está haciendo es encontrar fracciones equivalentes, ahora se deben calcular los nuevos sumandos para el denominador común, dividiendo el denominador común entre cada uno de los denominadores y el resultado se multiplica por el respectivo numerador.

$$\frac{60}{15} = 4 \qquad \frac{60}{20} = 3 \qquad \frac{60}{5} = 12$$

El denominador común se divide entre cada denominador.

El resultado de cada división se multiplica por su numerador.

$$4 \times 2 = 8 \qquad 3 \times 1 = 3 \qquad 12 \times 3 = 36$$

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{3}{5} = \frac{8 + 3 + 36}{60} =$$

Finalmente se suman los nuevos sumandos, porque ya tienen el mismo denominador:

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{3}{5} = \frac{8 + 3 + 36}{60} = \frac{47}{60}$$

Como la fracción resultante de la suma no se puede simplificar, este es el resultado final.

Lo mismo se hace para restar dos números racionales que tienen distinto denominador. Por ejemplo, para la resta:

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} =$$

Primero se calcula su m.c.m. con el mismo procedimiento:

$$\begin{array}{cc|c}
4 & 3 & 2 \\
2 & 3 & 2 \\
1 & 3 & 3 \\
 & 1 &
\end{array}$$

$$\text{m.c.m.} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

Una vez encontrado el **m.c.m.**, se hace la resta. Al igual que con la suma, el denominador común se divide entre cada denominador y se multiplica por su numerador.

$$\boxed{\frac{12}{4} = 3} \quad \boxed{\frac{12}{3} = 4}$$

El denominador común se divide entre cada denominador.

El resultado de cada división se multiplica por su numerador.

$$\boxed{3 \times 5 = 15} \quad \boxed{4 \times 2 = 8}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{15 - 8}{12}$$

Se hace la resta:

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{3} = \frac{15 - 8}{12} = \frac{7}{12}$$

Como la fracción resultante de la resta no se puede simplificar, este es el resultado final.

Actividad 3. Practica la suma y resta de fracciones con distinto denominador resolviendo estas operaciones. Utiliza la cuadrícula para hacer tus operaciones.

$\frac{6}{8} + \frac{1}{3} =$ ______

$\frac{7}{3} - \frac{2}{10} =$ ______

$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} =$ ______

$\frac{3}{4} - \frac{3}{7} =$ ______

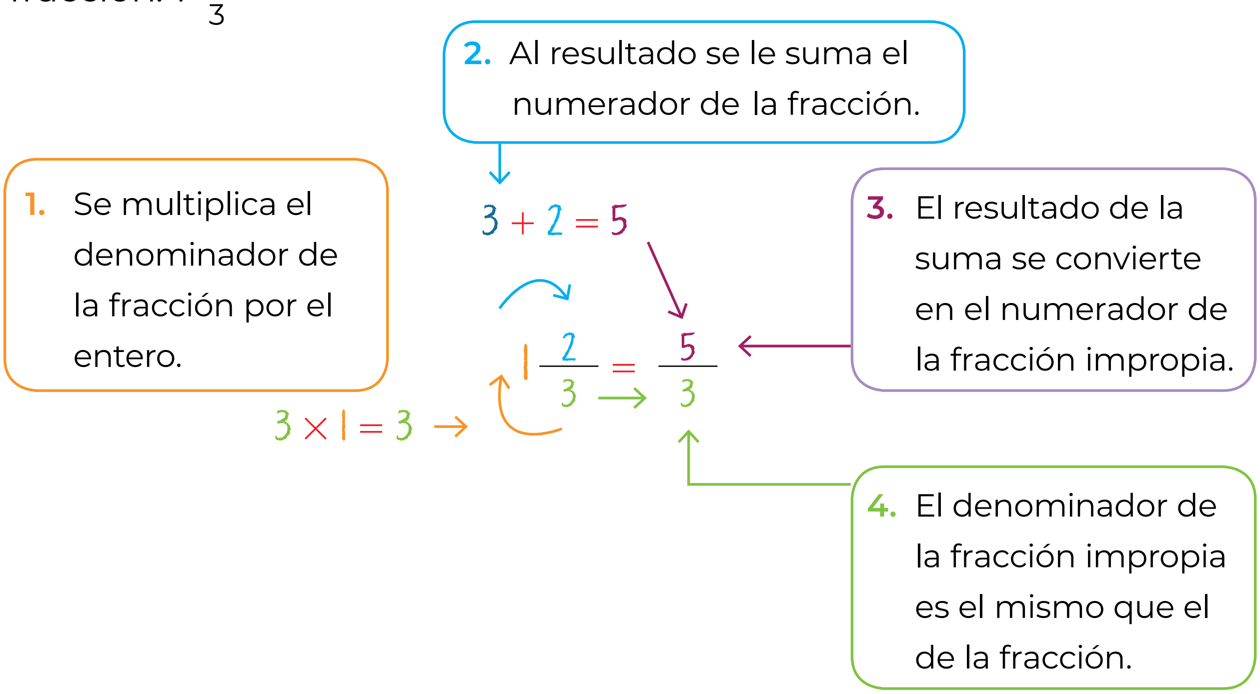
$\frac{10}{11} - \frac{9}{15} =$ ______

$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} =$ ______

$\frac{4}{3} + \frac{2}{5} + \frac{8}{7} =$ ______

Tema 4. Conversión de fracciones mixtas en fracciones impropias

Cuando se tiene una fracción mixta y se desea convertirla en fracción impropia, se sigue el siguiente procedimiento. Por ejemplo, para la fracción: $1\frac{2}{3}$



Para sumar dos o más fracciones mixtas un método es sumar por separado sus partes enteras y sus partes fraccionarias:

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} = 1 + 2\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = 3\left(\frac{8+3}{12}\right) = 3\frac{11}{12}$$

Aquí le agregamos otro sumando:

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2} = 1 + 2 + 3\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = 6\left(\frac{8+3+6}{12}\right) = 6\frac{17}{12}$$

Y se resuelve de la misma manera: sacando el m.c.m. y las fracciones equivalentes para poderlas sumar.

En este caso, la parte fraccionaria $\frac{17}{12}$ del resultado es una fracción impropia (el numerador es mayor que el denominador) por lo cual, para terminar la suma, habrá que convertirla en una fracción mixta.

Para hacerlo, primero se divide el numerador entre el denominador de la fracción impropia:

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \cline{2-2} 12 & 17 \\ & 05 \end{array}$$

Del resultado de la división vemos que la fracción impropia es igual a 1 entero con $\frac{5}{12}$, ya que el residuo de la división (5) se agrega como el numerador.

Finalmente, sumamos los 6 enteros que ya teníamos con esta nueva fracción mixta:

$$6\frac{17}{12} = 6 + 1\frac{5}{12} = 7\frac{5}{12}$$

Para restar dos fracciones mixtas, primero se les **convierte en fracciones impropias** y después se hace la resta; si los denominadores son distintos, como en este ejemplo, se busca el **m.c.m.**

$$2\frac{1}{5} - 1\frac{3}{4} = \frac{11}{5} - \frac{7}{4} = \frac{44 - 35}{20} = \frac{9}{20}$$

Actividad 4. Repasa lo que has aprendido sobre operaciones de suma y resta con fracciones mixtas.

a) Haz las operaciones en cada espacio y encierra en un círculo ◯ la respuesta correcta.

$3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{6} =$

$5\frac{10}{30}$ $5\frac{18}{30}$ $5\frac{17}{30}$ $5\frac{16}{30}$

$7\frac{1}{8} - 2\frac{4}{5} =$

$5\frac{10}{40}$ $4\frac{13}{40}$ $4\frac{10}{40}$ $5\frac{13}{40}$

$5\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3} + 4\frac{3}{4} =$

$10\frac{11}{12}$ $11\frac{10}{12}$ $10\frac{10}{12}$ $11\frac{11}{12}$

Tema 5. Conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa

Repasa con el siguiente esquema cómo convertir números fraccionarios a decimales:

Para convertir un número fraccionario en decimal, basta con dividir el numerador entre el denominador.

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$$

$$\frac{9}{4} = 9 \div 4 = 2.25$$

$$\frac{5}{7} = 5 \div 7 = 0.714285714285$$

$$\frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.666666$$

$$\frac{17}{15} = 17 \div 15 = 1.133333$$

Para el caso contrario, es decir, para convertir números decimales a fraccionarios, se tienen tres situaciones:

- Cuando el decimal es exacto (2.25).
- Cuando el decimal es periódico puro (0.666666666).
- Cuando el decimal es periódico mixto (1.133333).

En esta ocasión solamente estudiaremos cómo convertir de decimal exacto a fracción.

Decimal exacto a fracción → $\dfrac{\text{Número sin el punto}}{\text{Un 1 seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal}}$ → $2.25 = \dfrac{225}{100} = \dfrac{45}{20} = \dfrac{9}{4}$

Actividad 5. Practica la conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa.

a) Marca con una paloma ✓ el decimal o la fracción equivalente, según sea el caso.

$\frac{5}{2}$

- 4 ☐
- 2.5 ☐
- 1 ☐

0.55555

- $\frac{555}{100}$ ☐
- $\frac{555}{1000}$ ☐
- $\frac{55\,555}{100\,000}$ ☐

$\frac{9}{2}$

- 4.5 ☐
- 4.0 ☐
- 5 ☐

$\frac{1}{2}$

- 0.5 ☐
- 0.2 ☐
- 0.1 ☐

$\frac{5}{4}$	■ 1.25	☐
	■ 1.5	☐
	■ 1.45	☐
0.25	■ $\frac{25}{1\,000} = \frac{1}{4}$	☐
	■ $\frac{25}{10} = \frac{5}{2}$	☐
	■ $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	☐
5.0	■ $\frac{70}{14}$	☐
	■ $\frac{7}{14}$	☐
	■ $\frac{700}{14}$	☐
0.333333	■ $\frac{30}{9} = \frac{10}{3}$	☐
	■ $\frac{33\,333}{100\,000} = \frac{1}{3}$	☐
	■ $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	☐
$\frac{10}{100}$	■ 1.0	☐
	■ 0.1	☐
	■ 0.01	☐

Tema 6. Propiedades de la suma y la resta con números decimales

Estas operaciones tienen las mismas propiedades y se hacen de la misma forma en que se suman y restan los números naturales, columna por columna y de derecha a izquierda.

$$\begin{array}{r} 0.2546 \\ +\ 1.5092 \\ \hline 1.7638 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6.0189 \\ -\ 5.6700 \\ \hline 0.3489 \end{array}$$

El punto decimal se coloca en el resultado en la misma posición que tiene en las dos cifras.

Actividad 6. Practica la suma y resta de números decimales. Escribe en el recuadro la operación que se indica en forma vertical y resuélvela.

$4.0819 + 6.7535 =$

$9.943607 - 8.051966 =$

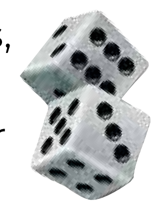
$1.72254 + 0.08099 + 9.53483 =$

PROYECTO

Continúa con las actividades del proyecto *Juego de operaciones matemáticas*. Reúnete con familiares, amistades o personas de tu *Círculo de estudio* para jugar el segundo nivel.

a) Acomoda en orden, sobre una mesa o superficie lisa, tus tarjetas posicionales de Unidades, Decenas, Centenas, Décimos, Centésimos y Milésimos, como lo hiciste en la secuencia anterior.

b) Consigue dos dados y tíralos juntos; si no tienes dados, puedes hacer papelitos numerados del 1 al 6, dos veces, doblarlos y colocarlos en dos frascos, para seleccionar uno de cada frasco al azar.

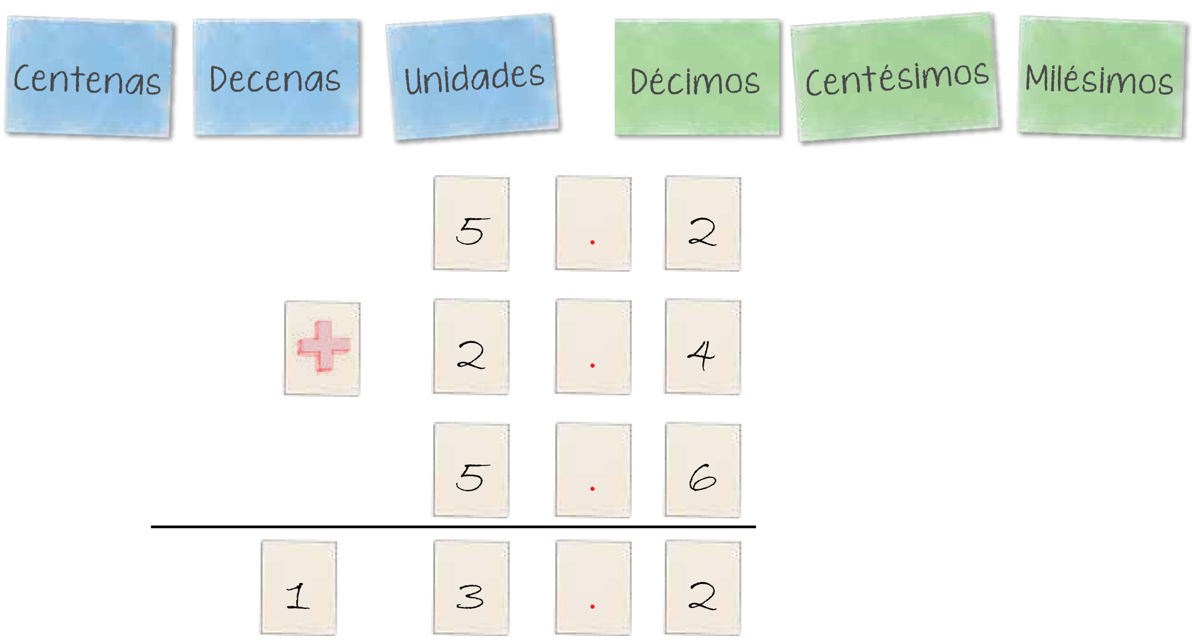


c) Escribe en la tabla los números que se obtuvieron en las tiradas. En la cuarta columna anota el número decimal que se forma si consideras que la cantidad del dado o frasco 1 es entera y la del dado o frasco 2 la parte decimal. Observa el ejemplo.

Tirada o selección	Número del dado o frasco 1	Número del dado o frasco 2	Número decimal
1°	5	3	5.3
2°			
3°			

d) Acomoda tus tarjetas numéricas debajo de la tarjeta posicional que les corresponda para formar las cantidades de cada dado. Recuerda utilizar la tarjeta con el punto decimal. Por ejemplo, si con el dado o frasco 1 obtuviste el número 6 y con el dado o frasco 2 obtuviste 4, colocarás las tarjetas de esta forma.

e) Una vez que hayas llenado la tabla y acomodado las cantidades debajo de las tarjetas posicionales, agrega el signo “más” (+) en la posición correcta y suma las cantidades. En lugar de la línea de igual pueden utilizar un listón o dos lápices. Por ejemplo, si obtuviste 5.2, 2.4 y 5.6 en las siguientes tiradas:



Recuerda que si al sumar se obtiene 10 o una cantidad mayor, se agrega un 1 a la columna izquierda siguiente.

f) Cuando ya tengas el resultado, lanza por última vez los dados o saquen dos números de los frascos, uno para los enteros y el otro para decimales.

g) Resta este último número del total de la suma y escribe la resta.

Usa tus tarjetas numéricas y de operaciones, como en el siguiente ejemplo:

h) Responde estas preguntas con ayuda de tus tarjetas:

1. En el resultado de sumar 33.8 + 42.5, ¿qué número del resultado queda en la posición de los décimos?

____

2. En la suma 54.02 + 23.71 + 61.80, ¿cuál es el número del resultado que queda en las centenas?

____

¿Y en los centésimos? ______________________

i) Es el turno de otra persona. Repitan el procedimiento anterior las veces que sea necesario. Al finalizar, comenten sus aciertos y errores, para tomarlos en cuenta en otras operaciones.

j) En familia o en tu *Círculo de estudio* inventen números con más decimales o partan de situaciones de su vida que necesiten resolver para practicar sumas y restas y la ubicación de las cantidades o cifras en el sistema decimal.

Tema 7. Problemas con sumas y restas de números racionales

Rubén vacía varias veces una porción de vaso con agua dentro de una jarra. Si primero sirvió $\frac{1}{2}$ vaso, después $\frac{3}{4}$ de vaso y al final un vaso completo, ¿cuántos vasos de agua vació Rubén en total dentro de la jarra?

Ya que Rubén agrega las porciones en la jarra, se suman las fracciones que corresponden con el agua que vació; es decir, hay que sumar:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + 1 =$$

Primero resolvemos la suma de las fracciones.

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4}$$

Después, como $\frac{5}{4}$ es una fracción impropia, la transformamos en una fracción mixta dividiendo 5 entre 4:

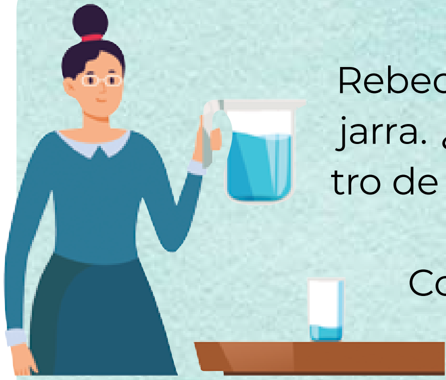
$$\begin{array}{r} 1 \\ 4\overline{)5} \\ 1 \end{array}$$

Lo que da como resultado: $1\frac{1}{4}$

Finalmente, al entero con $\frac{1}{4}$ le agregamos el otro entero que tenemos desde el principio de la suma:

$$1\frac{1}{4} + 1 = 2\frac{1}{4}$$

Es decir, Rubén ha vaciado **dos vasos con un cuarto dentro de la jarra.**



Rebeca se sirve un $\frac{1}{3}$ de vaso de agua de la misma jarra. ¿Cuántos vasos de agua quedan todavía dentro de la jarra?

Como dentro de la jarra había 2 vasos con $\frac{1}{4}$ de vaso de agua, a esta cantidad hay que restarle $\frac{1}{3}$ de vaso.

$$2\frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

Primero hay que convertir la fracción mixta en una fracción impropia.

$$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Se restan las fracciones:

$$\frac{9}{4} - \frac{1}{3} = \frac{27 - 4}{12} = \frac{23}{12}$$

Para terminar, convertimos la fracción impropia $\frac{23}{12}$ en una fracción mixta:

$$\frac{23}{12} = 1 \text{ y sobran } 11$$

$$1\frac{11}{12}$$

Es decir, dentro de la jarra queda **un vaso con once docevados de vaso de agua.**

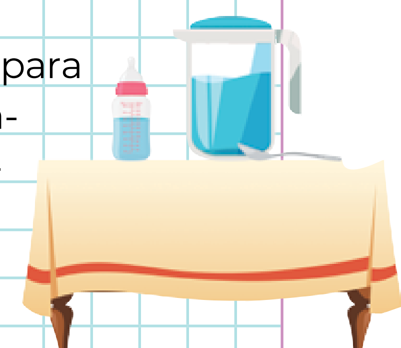
Actividad 7. Practica la solución de problemas mediante la suma y resta de fracciones.

Rigoberta tiene tres costales y medio llenos de maíz. Si Ana le compra $\frac{8}{3}$ de costal de maíz, ¿cuántos costales de maíz le quedan a Rigoberta?

Operación:

Resultado:

Mario está preparando el biberón de su bebé. Si para completar la fórmula, primero vacía dos cucharadas de leche en polvo, después media cucharada, después una cucharada y al final tres cuartos de cucharada, ¿cuántas cucharadas de leche en polvo vació Mario en el biberón?



Operación:

Resultado:

CIERRE

En esta secuencia seguiste trabajando con los números racionales, conociste cómo resolver sumas y restas de fracciones y decimales; cómo calcular el mínimo común múltiplo (m.c.m.) para encontrar el común denominador de fracciones; de qué forma se convierten las fracciones mixtas en fracciones impropias y los números racionales en decimales y viceversa.

Actividad de cierre. **Para finalizar con las actividades de esta secuencia, lee atentamente las oraciones y califícalas con una paloma ✓ si son verdaderas (V) o falsas (F).**

Enunciados	V	F
Para convertir una fracción en decimal se divide su numerador entre su denominador.		
Para restar dos fracciones, se necesita que la fracción sustraendo sea mayor que la fracción minuendo.		
En la resta de números decimales, el resultado no lleva punto decimal.		
El mínimo común múltiplo (m.c.m.) se determina mediante los factores primos de los denominadores.		

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Elaboré tarjetas numéricas.	
Elaboré tarjetas de operaciones (suma y resta) y del signo igual.	
Resolví el segundo nivel del juego.	

Secuencia 3

Multiplicación y división con fracciones y decimales positivos

En esta secuencia reconocerás y practicarás las multiplicaciones y divisiones con fracciones, fracciones decimales y números decimales positivos.

PROYECTO

Además de los temas y las actividades, seguirás con el desarrollo del proyecto *Juego de operaciones matemáticas*. Te sugerimos que te organices con tus familiares, amistades o personas del *Círculo de estudio* para resolver con ellas o ellos, operaciones y problemas matemáticos.

En esta secuencia realizarás las siguientes actividades del proyecto:

- Diseño y elaboración de tarjetas de operación (signos de multiplicación) y del signo igual.
- Formulación de distintas multiplicaciones.
- Resolución del tercer nivel del juego.

Recuerda que cuando se trabajan actividades del proyecto se utiliza el ícono **PROYECTO**.

INICIO

Actividad de inicio. Revisa tus conocimientos previos acerca de las fracciones.

a) En México hay distintas tradiciones y celebraciones, en muchas de ellas las familias, los vecinos y las comunidades se reúnen para compartir buenos momentos y los alimentos que se preparan.

- ¿Qué festividades se celebran en tu familia, comunidad, entidad o país?

____

____

b) En algunas festividades se preparan dulces típicos, como dulce de coco, palanquetas, alegrías y obleas. También hay juegos mecánicos.

- Lee cada caso y haz las operaciones o dibujos para resolverlos.

Ana y Alejandro compraron un ate o cajeta de membrillo para los dos. Dibuja cómo lo pueden dividir para que a cada quien le toque la misma porción. ¿Qué parte del ate le tocará a cada quien?

Operación:

Resultado:

Se van a repartir dos chocolates de forma rectangular entre siete personas. Divídelos para que a cada una le toque la misma porción. ¿Qué parte de los chocolates le tocará a cada persona?

Operación:

Resultado:

La rueda de la fortuna tiene 12 canastillas, de las cuales se ocuparon 6 para la primera vuelta. ¿Qué fracción de la rueda de la fortuna está ocupada en la primera vuelta?

Operación:

Resultado:

CONEXIONES

Repasa las secuencias 3 y 4 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1*, para que recuerdes los elementos y las propiedades de la multiplicación y la división. También repasa las secuencias 1 y 2 de este módulo para revisar la simplificación de fracciones.

Tema 1. Multiplicación y división de fracciones

Para resolver operaciones de multiplicación y división de fracciones, a diferencia de la suma y la resta, **no importa si los denominadores son iguales o distintos.**

Para la multiplicación se sigue este procedimiento:

Se multiplica el numerador por el numerador y el denominador por el denominador.

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4} = \frac{10}{12}$$

Si es posible, se simplifica el producto. En este caso sí es posible porque numerador y denominador pueden dividirse entre 2.

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

Aquí hay otro ejemplo.

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 5} = \frac{9}{25}$$

En este ejemplo no se puede simplificar el cociente.

En la multiplicación siguiente, el **producto** es una **fracción impropia** que se puede simplificar a **fracción mixta**.

$$\frac{12}{5} \times \frac{7}{10} = \frac{12 \times 7}{8 \times 10} = \frac{84}{80} = \frac{42}{40} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

CONEXIONES

Repasa las fracciones propias, impropias y mixtas en la secuencia 1 de esta unidad y módulo.

En el siguiente caso se multiplican tres fracciones y también se simplifica.

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{6} = \frac{3 \times 1 \times 4}{4 \times 2 \times 6} = \frac{12}{48} = \frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Observa cómo se dividen las fracciones. A este método para resolver la división de fracciones se le conoce como **productos cruzados.**

Para resolver:

$$\frac{4}{3} \div \frac{6}{1} =$$

El numerador del cociente se obtiene de multiplicar el numerador del dividendo por el denominador del divisor.

$$\frac{4}{3} \div \frac{6}{1} = \frac{4 \times 1}{3 \times 6} = \frac{4}{18}$$

El denominador del cociente se obtiene de multiplicar el denominador del dividendo por el numerador del divisor.

Se simplifica cuando es posible. En este caso se puede porque ambas cantidades son divisibles entre 2:

$$\frac{4}{3} \div \frac{6}{1} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

En la división tampoco importa si los denominadores son iguales o diferentes.

En este ejemplo, el cociente es un número entero exacto.

$$\frac{1}{2} \div \frac{2}{4} = \frac{1 \times 4}{2 \times 2} = \frac{4}{4}$$

Y en este otro, el resultado es una fracción impropia que se simplifica a fracción mixta.

$$\frac{23}{30} \div \frac{5}{100} = \frac{2300}{150} = \frac{1150}{75} = \frac{230}{15} = \frac{46}{3} = 15\frac{1}{3}$$

Recuerda que para **simplificar** hay que dividir el numerador y el denominador entre el mismo número sin que haya residuo. En este ejemplo, cada término del resultado $\frac{2300}{150}$ se dividió entre 2 y se simplificó a $\frac{1150}{75}$; después se dividió entre 5 y el nuevo resultado fue $\frac{230}{15}$. Se volvió a dividir entre 5 y quedó $\frac{46}{3}$.

Aquí ya no hay un número distinto de 1 que pueda dividir a los dos sin dejar residuo, pero como es fracción impropia todavía puede convertirse en **fracción mixta**. Entonces se dividieron ambos números del resultado entre sí: 46 ÷ 3 = 15 enteros con residuo de 1. Esto se expresa en la fracción mixta: $15\frac{1}{3}$, que es el resultado final.

Para saber si tus simplificaciones son correctas, divide el numerador entre el denominador de cada una: el resultado de todas será el mismo:

$$\frac{2300}{150} = 2300 \div 150 = 15.333$$

$$\frac{1150}{75} = 1150 \div 75 = 15.333$$

$$\frac{230}{15} = 230 \div 15 = 15.333$$

$$\frac{46}{3} = 46 \div 3 = 15.333$$

Actividad 1. Para practicar la multiplicación y la división de fracciones, resuelve las siguientes operaciones. Simplifica hasta donde sea posible.

$\frac{2}{6} \times \frac{3}{1} =$	$\frac{2}{6} \times \frac{3}{2} =$	$\frac{2}{6} \times \frac{4}{1} =$
$\frac{2}{6} \times \frac{1}{3} =$	$\frac{3}{2} \times \frac{4}{5} =$	$\frac{4}{5} \times \frac{3}{2} =$
$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} =$	$\frac{5}{6} \times \frac{4}{2} =$	$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} =$
$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{4}{3} =$	$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} =$	$\frac{8}{3} \div \frac{5}{3} =$

$\frac{1}{2} \div \frac{5}{7} =$ $\frac{2}{3} \div \frac{5}{3} =$ $\frac{1}{4} \div \frac{7}{3} =$

$\frac{4}{7} \div \frac{5}{3} =$ $\frac{3}{6} \div \frac{7}{6} =$ $\frac{3}{20} \div \frac{2}{14} =$

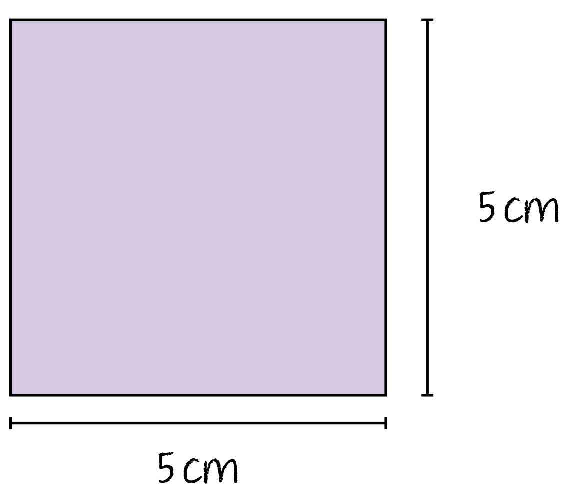
$\frac{9}{10} \div \frac{4}{5} =$ $\frac{13}{14} \div \frac{12}{13} =$ $\frac{7}{9} \div \frac{4}{2} =$

PROYECTO

Para retomar el proyecto, es el turno de elaborar más tarjetas de operaciones.

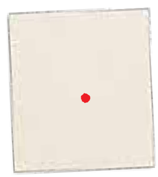
a) Utiliza el mismo material con el que elaboraste las tarjetas anteriores y sigue los pasos siguientes:

1. Recorta cinco cuadrados de 5 centímetros de lado cada uno.

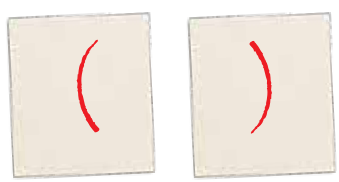


2. En el primero, escribe con color rojo el signo de multiplicación que parece una x.

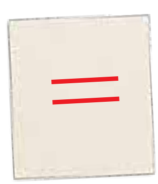
3. En el segundo cuadrado, escribe con color rojo el signo de multiplicación que es un punto.



4. En el tercero y cuarto, escribe con color rojo un paréntesis que abre y otro que cierra, respectivamente.



5. En el quinto cuadrado, escribe con rojo un signo de igual.



¡Ya tienes tarjetas para representar la multiplicación! Guárdalas para usarlas más adelante.

Tema 2. Conversión de fracciones decimales a números decimales

Dividir el numerador entre el denominador de una fracción decimal es convertirla en un número decimal. A continuación, verás un método para hacerlo.

Una forma rápida de transformar las fracciones decimales a número decimal es escribir el numerador y recorrer el punto decimal hacia la izquierda, tantos espacios como ceros tenga el denominador.

Ejemplo 1

$$\frac{451}{100} = 4.51$$

El denominador tiene dos ceros	→	Se recorre el punto decimal dos espacios hacia la izquierda

Conversión de fracciones decimales a números decimales

$$\frac{68}{1\,000} = 0.068$$

Tres ceros

Tres lugares hacia la izquierda

En este ejemplo puedes ver mejor lo que se señala: el punto tenía que recorrerse tres espacios, pero 68 solo tiene dos números, así que **se agregó un cero después del punto**.

Ejemplo 2

El punto decimal se recorrió tres lugares hacia la izquierda.

$$\frac{10}{1\,000} = 0.01$$

10.

1. El primer lugar para recorrerse fue el cero.

1.0

2. El segundo lugar que se recorrió fue el uno.

.10

3. Faltaba recorrer el punto un espacio más, pero ya no había números. Cuando esto sucede, se agrega un cero hacia la izquierda **antes del punto decimal**, y se recorre otra vez.

0.010

Así se obtiene el resultado de 0.01 ¡Puedes revisar en tu calculadora!

Actividad 2. Es momento de practicar las conversiones.

Encuentra los pares, ya sea de fracciones y su conversión a decimales o decimales y su conversión a fracciones, y únelos con una línea, como se muestra en el ejemplo.

$$\frac{2\,300}{10\,000}$$

$$\frac{3}{10}$$

$$\frac{22}{100}$$

$$\frac{25}{10}$$

$$\frac{9}{10}$$

$$\frac{7}{1000}$$

$$\frac{75}{100}$$

$$\frac{1}{10\,000}$$

0.22

0.9

0.2300

0.007

0.75

0.3

0.0001

2.5

Tema 3. Multiplicación y división de números decimales

La multiplicación y división de números decimales tienen las mismas propiedades y se hacen de la misma forma en que se multiplican y se dividen los números naturales, pero se da un tratamiento particular, en cada caso, al punto decimal.

Se sigue el proceso que ya conoces, sin considerar el punto decimal y, al final, se coloca en el resultado, de acuerdo con el esquema siguiente:

Para colocar el punto decimal en el producto

1. Se cuentan las cifras decimales que tienen los factores (en este caso son cuatro, dos en cada factor).

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & & 0. & 2 & 5 \\
\times & & 2. & 3 & 6 \\
\hline
 & & 1 & 5 & 0 \\
 & 0 & 7 & 5 & \\
0 & 5 & 0 & & \\
\hline
0. & 5 & 9 & 0 & 0
\end{array}
$$

2. El punto decimal se recorre cuatro espacios hacia la izquierda

En la división con punto decimal se dan dos casos:

Cuando el divisor no tiene decimales la división se hace de forma directa: se *sube* el punto decimal al cociente en la misma posición.

```
       1 . 5 6
    ┌──────────
1 8 │2 8 . 0 8
     1 0   0
       1   0 8
           0 0
```

Cuando el divisor sí tiene decimales es necesario transformarlo de número decimal a número natural, lo cual se puede hacer multiplicando por 10, por 100, por 1000 o por la potencia de 10 que corresponda para eliminar el punto decimal. Al hacerlo, se recorre el punto los espacios necesarios, como se muestra en el siguiente ejemplo.

Si se tiene una división planteada de la siguiente forma:

$$44.385 \div 1.65 =$$

1. Se quita el punto decimal del divisor (1.65), recorriéndolo hacia la derecha tantos espacios como sea necesario. En este caso, el punto decimal se recorre dos espacios hacia la derecha.

$$165.$$

2. El punto decimal se recorre hacia la derecha en el dividendo la misma cantidad de espacios que se recorrió en el divisor, y se hace la división.

$$4438.5$$

Actividad 3. Acomoda la operación de forma vertical en el recuadro y resuélvela. No olvides colocar el punto decimal en el resultado.

$58.4 \times 21 =$

$25.62 \times 36.8 =$

$201.62 \times 3.8 =$

1029.0 ÷ 42 =

269146 ÷ 2.3 =

8.253 ÷ 2.5 =

PROYECTO

Ahora que ya conoces cómo multiplicar números decimales, usa tus tarjetas para formular las operaciones que se te piden. Ten a la mano tu tabla pitagórica.

a) Forma con tus tarjetas la multiplicación 3.5 por 10 usando el signo de multiplicación de punto y resuélvela. Escribe cómo te quedó la operación en este espacio.

b) Arma ahora la multiplicación 52.46 por 1.30 usando distintos signos para representar esta operación. Copia cómo quedaron tus tarjetas en este espacio, resuélvela y anota el resultado.

c) Multiplica 42 por 3.5 en forma vertical. Como no tienes una tarjeta con la línea que representa el signo de igual, coloca un lápiz o listón en su lugar. Copia en el recuadro cómo te quedó la operación con todo y el resultado.

d) Multiplica ahora 3.124 por 0.5. Recuerda hacerlo con tus tarjetas y después copiar cómo te quedó en este espacio.

e) Utiliza las tarjetas para plantear y resolver la multiplicación 30.4 por 1.2. Una vez que la termines, copia tu operación en el espacio.

f) ¿Tuviste algún problema para formular las operaciones con tus tarjetas? De ser así, ¿cuál fue?

g) Reúnete con otras personas y formulen multiplicaciones. Pueden ser de tu *Círculo de estudio*, familiares o amistades. Al terminar, guarda tus tarjetas.

Tema 4. Problemas de multiplicación y división de números decimales

Para solucionar problemas aplicando la multiplicación y la división con decimales puedes guiarte por este esquema.

Pedro vende broches para el cabello a 8 pesos con 50 centavos la pieza. Si el día de hoy vendió 104 piezas, ¿cuales fueron los ingresos?

El problema se resuelve multiplicando los 8.50 pesos que cuesta cada broche por el total de broches vendidos, que en este caso es igual 104 piezas.

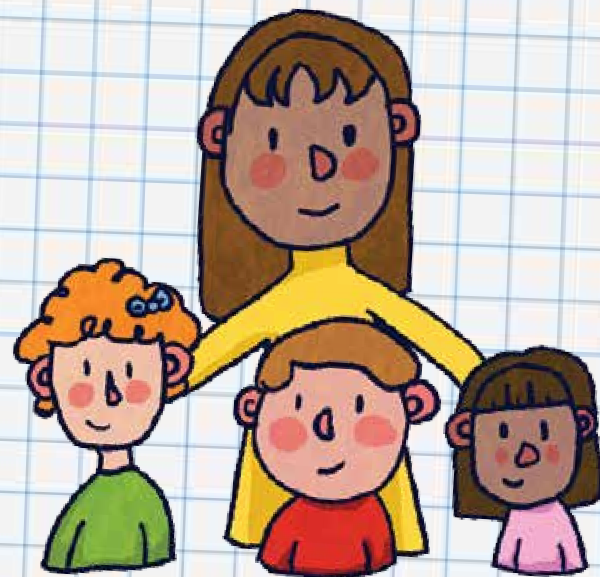
Como podemos ver, solo hay un número decimal en los dos factores, por lo que el punto decimal únicamente se recorre un espacio hasta la izquierda.

$$\begin{array}{r} 104 \\ \times\ 8.5 \\ \hline 520 \\ 832 \\ \hline 884.0 \end{array}$$

Los ingresos de Pedro fueron de $ 884.00.

Para la división, observa el siguiente esquema.

Elena dispone de 368.35 pesos para repartirlos entre sus tres hijos y atender sus necesidades particulares de manera equitativa. ¿Cuánto puede darle a cada quien? ¿Le sobra alguna cantidad?



El problema se resuelve dividiendo 368.35 entre 3. Así, en este caso, el dividendo es igual a 368.35 y el divisor es igual a 3. Como puedes observar, el divisor no tiene decimales, por lo que se puede hacer la división de forma directa.

```
     1 2 2 . 7 8
  3 |3 6 8 . 3 5
     0 6
       0 8
         2   3
             2 5
               1
```

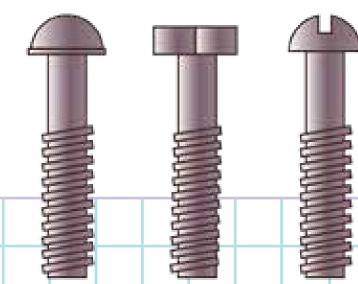
Por lo tanto, Elena puede repartir 122.78 pesos a cada uno para cubrir algunas necesidades y le sobra un centavo.

Actividad 4. Practica la solución de problemas mediante la división de números decimales. Realiza los cálculos necesarios en el recuadro y escribe tus resultados.

1. Julieta recibió un pago de $3 808.68, los cuales quiere dividir en tres sobres con cantidades iguales: una para ahorrar, otra para sus estudios y otra para alimentos y transporte. ¿Cuánto debe guardar en cada sobre?

Resultado:

2. Jacinta necesita comprar cien tornillos. Si cada tornillo cuesta 55 centavos, ¿cuánto se gastará en la compra?



Resultado:

¿Has escuchado hablar de la **fuerza de gravedad**? En la lectura siguiente se explica en qué consiste este fenómeno de la naturaleza y por qué es importante su estudio, además de que su conocimiento nos permite hacer algunos cálculos donde se requiere el conocimiento de los números decimales.

Los números racionales son importantes para el desarrollo de la ciencia y la tecnología, debido a que se pueden utilizar números decimales, **las mediciones son más exactas** y por ello, tienen menos errores.

Lee en voz alta

Comparte la lectura

REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ▪ LA MATEMÁTICA ▪

La fuerza de gravedad

Vamos a platicar brevemente sobre la teoría de la gravitación de Isaac Newton (1642-1727) quien fue el responsable de formular la ley que describe cómo dos cuerpos con masa se comportan dentro de un espacio determinado; estos dos cuerpos podrían ser, por ejemplo, la Tierra y la Luna, o la Tierra y alguna persona. Newton se preguntó en sus observaciones ¿por qué los objetos siempre caen en forma vertical y no de lado o hacia arriba?

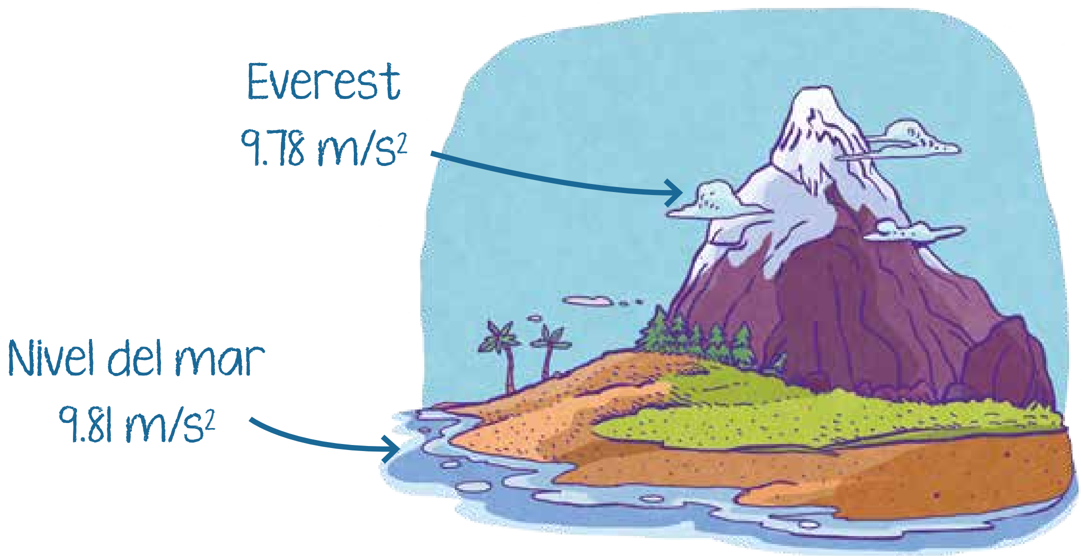
CÓDIGO COMÚN

Fenómeno natural: se le llama así a todos los cambios que suceden en la naturaleza sin la intervención humana.

Fricción: roce entre dos cuerpos, en este caso, de un cuerpo que cae y el aire.

Newton notó que la Tierra atrae a los objetos y llamó a este **fenómeno natural** como la ***fuerza de gravedad*** e hizo una suposición más fuerte: que esta fuerza es válida para dos cuerpos cualquiera con masa en el Universo: es decir, su idea aplica para la Tierra y la Luna y también explica por qué los cuerpos caen al suelo.

Newton encontró que la intensidad del campo gravitacional sobre la superficie de la Tierra a nivel del mar es de 9.81 m/s^2, y se lee "9.81 metros sobre segundo al cuadrado". Este valor cambia a medida que nos alejamos del centro de atracción gravitacional, es decir, del centro de la Tierra. Por eso, en la cima de la montaña Everest (la más alta del mundo) es de 9.78 m/s^2.



REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ■ LA MATEMÁTICA

Otra propiedad de la fuerza de gravedad se relaciona con la caída libre que es el movimiento de los cuerpos al caer por la fuerza de la gravedad, sin considerar la fricción del aire. Si desde lo alto de algún edificio o torre dejamos caer dos objetos distintos en caída libre, por ejemplo, una pluma de ave y una piedra, ¿cuál tocará primero el suelo?

La respuesta correcta es que **los dos objetos tocan el piso al mismo tiempo porque caen desde la misma distancia y a la misma velocidad**, y son atraídos por la misma fuerza gravitatoria de 9.81 m/s^2.

TIC

Para ver cómo dos objetos de distinta masa caen al mismo tiempo en el vacío, visualiza este video de la cadena británica BBC Noticias

https://bit.ly/3uOFzLN

Está en idioma inglés, pero en Configuración se pueden poner subtítulos en español.

Newton nunca encontró o supo la razón por la cual su teoría es correcta; la respuesta tardó alrededor de 300 años en llegar con Albert Einstein (1879-1955). Lo que Newton sí hizo, y es notable o sobresaliente, fue dar una ecuación que permite describir el movimiento de dos cuerpos interactuando mediante la *fuerza gravitacional*, a lo que llamó la **ley de gravitación universal**, que se representa en la siguiente fórmula:

$$V = g \times t$$

Donde: V = velocidad con que cae el cuerpo.

g = fuerza de gravedad (9.81 m/s^2).

t = tiempo que tarda en caer el cuerpo.

Fuente: Paul E. Tippens, *Física, conceptos y aplicaciones*, McGraw-Hill, 1985, p. Ediciones Euro-México, Jugando con la ciencia ¡y a construir el conocimiento!, vol. 2, Argentina, Cultural Librera Americana, 2001.

TIC

Revisa otros problemas con multiplicación de fracciones y su resolución en este enlace: https://bit.ly/3DYJAmb

Por ejemplo, si una persona clavadista se deja caer a la alberca desde la plataforma de 10 metros de altura y tarda en tocar la superficie del agua 1.43 segundos, ¿cuál es la velocidad máxima alcanzada en su trayecto?

Para resolver esta pregunta, se reemplazan los valores conocidos en la fórmula, de modo que:

$$V = g \times t$$

$$V = (9.81 \times 1.43)$$

$$V = 14.0283 \text{ m/s}^2$$

Se hace la multiplicación y el resultado es 14.0283 metros sobre segundos. Es decir, **alcanza una velocidad máxima de 14.0282 m/s² justo antes de entrar al agua.** Esta medición le sirve para conocer el tiempo que tiene para hacer figuras en el aire y enderezarse antes de entrar en el agua.

PROYECTO

Corresponde ahora resolver el tercer nivel del *Juego de operaciones matemáticas*.

a) Reúnete con 4 o 6 personas y jueguen de dos en dos por turnos. Realicen los siguientes pasos:

1. Haz un montón con las tarjetas numéricas. Separa las tarjetas de operación.

2. Revuelve las tarjetas numéricas y colócalas boca abajo, de forma que ninguna de las dos personas participantes pueda ver los números.

3. Reparte seis tarjetas numéricas a cada una de las dos personas que juegan en ese momento.

4. Cada persona participante debe revisar sus tarjetas y observar si entre las dos pueden hacer una multiplicación y resolverla con los números que tienen.

5. De ser así, deben tomar uno de los signos de operación y otro de igual para formarla en la mesa.

6. En caso de que no puedan plantearla con los números que tienen, deben tomar del montón otra tarjeta numérica hasta conseguirlo.

7. Cuando logren formular su multiplicación, revísenla entre todas las personas reunidas. Si es correcta, toca el turno a otras dos personas para crear la suya. Para ello, se repite todo el proceso.

8. El juego termina cuando todas las parejas hayan formulado sus multiplicaciones.

b) Completa la tabla escribiendo estas fracciones con letra o con número.

- ¿Fue fácil o difícil plantear la multiplicación con los números que te tocaron? ¿Por qué?

- ¿Qué facilitó la cooperación entre las personas participantes?

Juega este nivel más veces, así podrás adquirir más habilidades para multiplicar y para cooperar.

En esta secuencia aprendiste y practicaste las multiplicaciones y divisiones con fracciones, la conversión de fracciones decimales a números decimales, las multiplicaciones y las divisiones con números decimales, y resolviste problemas de multiplicación y división con decimales.

Actividad de cierre. Es momento de revisar lo aprendido sobre la multiplicación y división de números racionales. Realiza lo que se te pide.

a) Califica con una paloma ✓ si las oraciones siguientes son verdaderas (V) o falsas (F).

	V	F
Dos fracciones se pueden multiplicar sin importar si tienen igual o distinto denominador.		
El método de los productos cruzados permite calcular la multiplicación de fracciones.		
En la multiplicación de números decimales, el producto no lleva punto decimal.		
Antes de dividir dos números decimales, es necesario quitar el punto decimal al divisor.		

b) Resuelve las operaciones siguientes. Simplifica cuando sea posible.

$\frac{3}{3} \times \frac{3}{3} =$ ____________________

$\frac{2}{6} \times \frac{2}{1} \times \frac{2}{3} =$ ____________________

$\frac{3}{8} \div \frac{2}{1} =$ ____________________

$34 \div 10 =$ ____________________

$\frac{4}{6} \times \frac{9}{12} =$ ____________________

$120 \div 1\,000 =$ ____________________

$\frac{4}{8} \div \frac{2}{4} =$ ____________________

$212.5 \div 100 =$ ____________________

$\frac{10}{12} \div \frac{5}{15} =$ ____________________

$250.6 \div 10 =$ ____________________

c) Responde las preguntas.

1. ¿Cuántos lugares se recorre el punto decimal en el resultado de 4.5×1.2?

____

2. ¿Cuántos lugares se recorre el punto decimal en el resultado de 10.32×3?

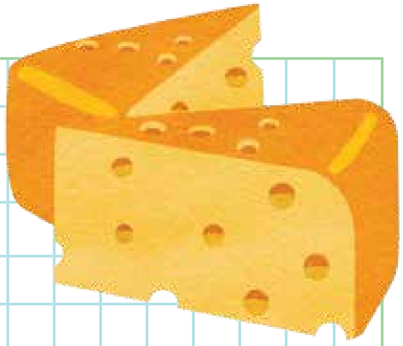
____

3. ¿Cuál es el resultado de dividir 454.72 entre 3.2?

____

d) Resuelve los problemas siguientes.

Ernesto tiene que entregar 4.5 kilos de queso a cada cliente. Si tiene 12 clientes, ¿cuántos kilos debe entregar?



Respuesta:

Roberto tiene que repartir de forma equitativa 118.8 kilos de maíz entre 20 personas. ¿Cuántos kilos le tocan a cada una?

Respuesta:

José recorre todos los días una parte de la sierra tarahumara. Una tarde, se acerca a un acantilado y deja caer una piedra hacia el río que corre en el fondo. Si la piedra tarda en llegar al agua 5.05 segundos, ¿a qué velocidad choca con el agua?

Fórmula:

$V = g \times t$

Datos:

$g = 9.81\ \text{m/s}^2$

$t = 5.05$ segundos

Respuesta:

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Diseñé y elaboré tarjetas de operación (signos de multiplicar) y del signo igual.	
Formulé distintas multiplicaciones.	

Secuencia

4

Proporcionalidad directa e inversa

En esta secuencia compararás y resolverás razones, aprenderás y comprenderás la proporcionalidad directa e inversa y calcularás valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa e inversa. Para ello, reconocerás la regla de tres y la regla de tres inversa.

PROYECTO

Concluirás el proyecto *Juego de operaciones matemáticas*, donde practicarás la resolución de divisiones y problemas con esta operación, además de cooperar y compartir con otras personas tus aprendizajes.

Las actividades correspondientes al proyecto son las siguientes:

- Elaboración de tarjetas de operación (signos de división) y signo de igual.
- Formulación de divisiones.
- Resolución del cuarto nivel del juego.
- Búsqueda de nuevas formas para utilizar el juego.
- Elaboración de un instructivo para el juego.

Como en las secuencias anteriores, el ícono **PROYECTO** es utilizado para diferenciar las actividades de este proyecto.

INICIO

Actividad de inicio. Recupera tus aprendizajes previos. Relaciona las situaciones de la columna de la izquierda con las fracciones de la columna de la derecha.

Nuestro planeta está compuesto por tres cuartas partes de agua.	$\frac{1}{2}$
Se necesita medio litro de leche para preparar esta receta.	$\frac{32}{8}$
Pablo sembró dos de cinco partes en que se dividió la parcela.	$\frac{3}{4}$
El profesor repartió 32 hojas entre 8 alumnas y alumnos.	$\frac{25}{35}$
Una fracción equivalente a $\frac{5}{7}$ es:	$\frac{2}{5}$

DESARROLLO

Tema 1. Las razones y problemas asociados a ellas

Una razón matemática es una **comparación entre dos cantidades**, que revela cuántas veces es mayor una de ellas con respecto a la otra. Observa el siguiente esquema que muestra qué es y cómo se escribe una **razón matemática**.

CONEXIONES

Repasa el tema de los números racionales en la secuencia 1 de esta unidad y de este módulo.

Razón matemática

Una razón matemática es un cociente (una división) entre dos números que se comparan entre sí.

$$\frac{8}{16} = 8 : 16$$

Una razón puede escribirse como una fracción (un número racional, donde racional viene de razón).

También se escribe colocando dos puntos entre los números que se comparan.

Una razón se lee diciendo que el primer número "es a" el segundo número; así, esta razón se lee **8 es a 16**.

Las razones están formadas por cantidades y cada una se nombra de diferente forma:

antecedente

consecuente

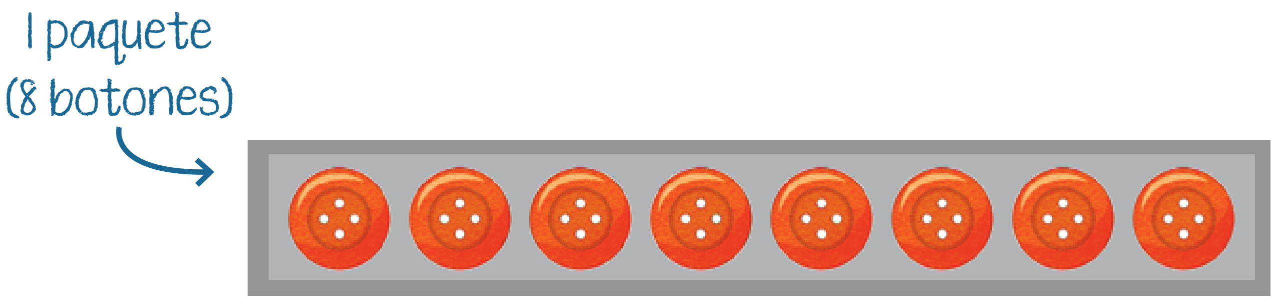
$$\frac{1}{8} = 1 : 8$$

El numerador de una razón se conoce como **antecedente**.
El denominador de una razón se conoce como **consecuente**.

Las razones también se pueden simplificar en fracciones equivalentes con números más pequeños, como se muestra en el ejemplo.

$$\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Cuando en una razón el antecedente es igual a 1, puedes calcular el antecedente o el consecuente de otra razón equivalente con facilidad.



Por ejemplo: si se tienen paquetes de botones y cada paquete tiene 8 botones, se dice que la razón del número de paquetes para con la cantidad de botones que contiene es de 1 a 8, es decir, **1 es a 8**.

$$\frac{1}{8} = 1 : 8$$

Lo que significa que **por cada paquete hay 8 botones**.

Conociendo esta razón, puedes calcular cuántos botones tendrías en total si contaras con 5 paquetes, basta con multiplicar el antecedente (el numerador) y el consecuente (el denominador) de la razón por cinco, que es el número de paquetes que tendrías:

$$\frac{5}{5} \times \frac{1}{8} = \frac{5}{40}$$

De esta forma, puedes ver que, así como 1 : 8 (1 es a 8), también 5 : 40 (5 es a 40), lo que significa que en **5 paquetes hay 40 botones en total.**

Del mismo modo, para saber cuántos paquetes se completan con 48 botones, basta con dividir 48 entre la cantidad de botones que vienen en cada paquete, que es de 8. De esta forma:

$$48 \div 8 = 6$$

Así, con 48 botones se completan 6 paquetes de 8 botones cada uno, y es que así como 1 : 8 (uno es a ocho), también 6 : 48 (seis es a cuarenta y ocho).

$$\frac{1}{8} = \frac{6}{48}$$

Porque las fracciones $\frac{1}{8}$ y $\frac{6}{48}$ son equivalentes.

Actividad 1. Te invitamos a poner en práctica tus aprendizajes acerca de las razones y cómo resolver problemas asociados a ellas.

Para resolver los problemas siguientes fíjate en el ejemplo.

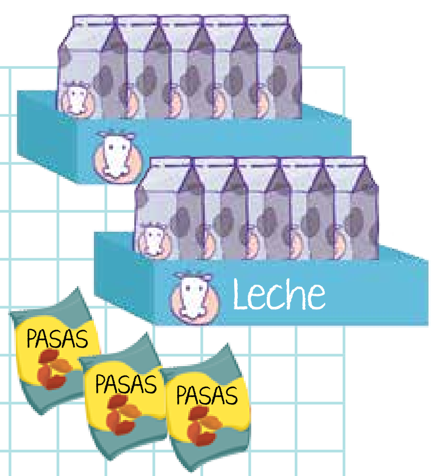
TIC

Para ampliar el tema y resolver más ejercicios, puedes dirigirte a este enlace: https://bit.ly/3RJUtgi

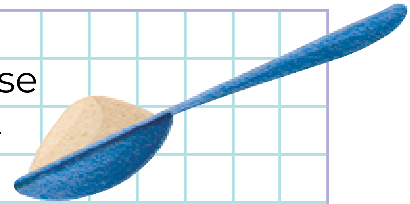
Ejemplo

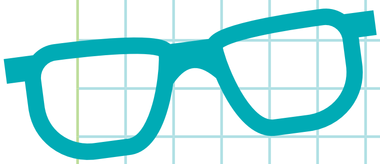
En la compra de 2 cajas de leche, una tienda regala 3 paquetes de pasitas. ¿Cuál es la razón de cajas de leche para con los paquetes de pasitas?

2 : 3



La receta de un postre indica que deben añadirse 4 cucharadas de harina integral por cada cucharadita de azúcar mascabada o morena. ¿Cuál es la razón de cucharadas de azúcar para con las cucharadas de harina?





Si en un salón de clases con 15 estudiantes 3 utilizan lentes, ¿cuál es la razón de personas con lentes en ese salón? Simplifica el resultado.

En un estuche hay 2 lápices y 8 plumas. La razón de lápices con respecto a las plumas es la siguiente. Recuerda simplificar el resultado.

Si en una localidad hay una razón de niños y niñas a personas adultas de 1 : 3 y en el pueblo hay 40 niñas y niños, ¿cuántos adultos hay en el pueblo?

Un empleo ofrece trabajo por horas a sueldo, en razón de 1 a 50 pesos. Si una persona recibe 100 pesos de sueldo, la cantidad de horas que trabajó es de:

En una bolsa hay una razón de $\frac{1}{7}$ en cuanto a canicas rojas con canicas azules. Si hay 9 canicas rojas, entonces la cantidad de canicas azules es de:

En una **reserva ecológica** hay una razón de $\frac{1}{6}$ en cuanto a pumas y venados. Si hay 24 venados, entonces ¿cuántos pumas hay?

CÓDIGO COMÚN

Reserva ecológica: también llamada reserva natural, es un espacio destinado a la protección de la naturaleza y las diversas formas de vida que la habitan.

Tema 2. Proporcionalidad directa

Ahora que ya sabes qué es una **razón matemática**, es momento de reconocer otro concepto relacionado: la **proporción matemática**.

Una proporción matemática se expresa como la **igualdad de dos razones**. Por ejemplo, en esta igualdad hay una proporción porque ambas razones son equivalentes: si la primera se multiplica por 2, tanto en su numerador como en su denominador, el resultado es la segunda razón.

$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$$

medios

$$1 : 8 :: 2 : 16$$

extremos

En una proporción, a los números que están en estas posiciones se les llama **extremos**.
Y a los números que están en estas otras posiciones se les llama **medios**.

Para saber si una igualdad de razones es una proporción, se multiplican entre sí los **medios** y también los **extremos**.

Si resultado de ambos productos es el mismo, es una proporción. En este caso:

$$8 \times 2 = 16$$
$$1 \times 16 = 16$$

Como el producto de los medios es igual al producto de los extremos, la igualdad sí es una proporción.

$$\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$$

Veamos otro ejemplo.

$$\frac{5}{6} = \frac{3}{7}$$

Para tener la certeza sobre si esta igualdad de razones es una proporción, se lleva a cabo el mismo procedimiento: multiplicar entre sí los medios y los extremos.

El signo desigual a ($\neq$) se utiliza para señalar que una cantidad es diferente a otra. Se lee como no es igual a.

$$6 \times 3 = 5 \times 7$$
$$18 \neq 35$$

Dado que los productos son diferentes, **esta igualdad de razones no es una proporción**.

Existen dos tipos de proporcionalidad: **directa** e **inversa**. Se tiene una relación de **proporcionalidad directa** cuando al aumentar una cantidad, la otra también aumenta.

Ejemplo 1

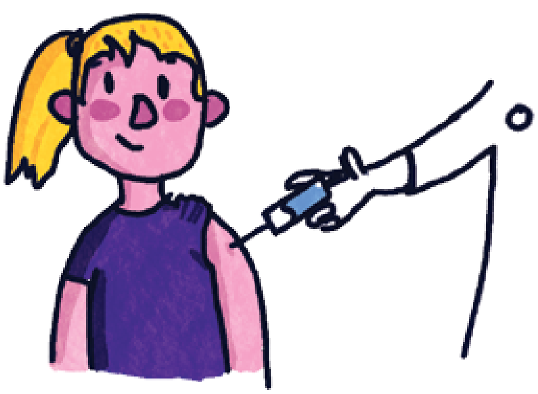
En el caso de los paquetes de botones, mientras más paquetes haya, también habrá más botones. Por lo tanto, el número de los paquetes y la cantidad de botones tienen una relación de **proporcionalidad directa**: los paquetes aumentan, los botones también aumentan; los paquetes disminuyen, los botones también disminuyen. Y al revés.

Paquetes	Botones
+	+
–	–

Ejemplo 2

Otro ejemplo de proporcionalidad directa es el pago por hora, porque se espera que mientras más horas se trabaje, más dinero se reciba a cambio.

Horas trabajadas	Dinero recibido
+	+
–	–



Ejemplo 3

Del mismo modo, la cantidad de vacunas disponibles y el número de personas que se podrán vacunar con ellas guarda una relación de proporcionalidad directa porque mientras menos vacunas haya, menos personas podrán ser vacunadas.

Vacunas disponibles	Personas vacunadas
+	+
–	–

Actividad 2. **Identifica si los casos que se describen se refieren a una relación de proporcionalidad directa o no.**

- Utiliza una paloma ✓ para marcar los casos que guardan proporcionalidad directa.

La cantidad de leche para con la cantidad de harina necesarias para preparar un postre más pequeño o más grande. ☐

El tiempo de espera en un restaurante para con el número de meseros. ☐

El precio a pagar con respecto de la cantidad de artículos comprados en una tienda. ☐

La cantidad de mazorcas cosechadas para con la cantidad de personas que las cosechan. ☐

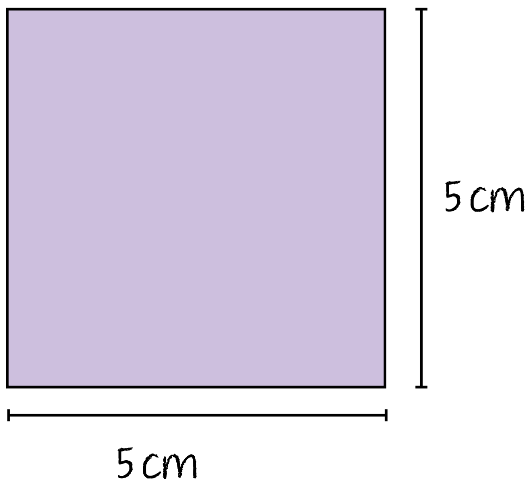
El perímetro de un cuadrado para con la medida de uno de sus lados. ☐

La velocidad a la que corre una persona para con la edad que tiene. ☐

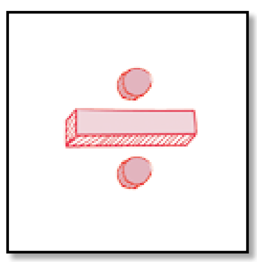
PROYECTO

En esta secuencia concluye el proyecto *Juego de operaciones matemáticas*. Toca elaborar las tarjetas correspondientes a la división, para lo cual necesitas el mismo material con que elaboraste las tarjetas anteriores y seguir los pasos siguientes:

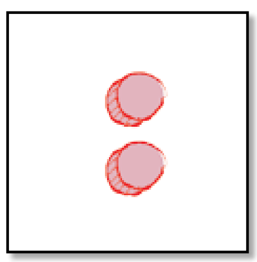
a) Recorta cuatro cuadrados de 5 centímetros de lado cada uno. Deben quedar como este:



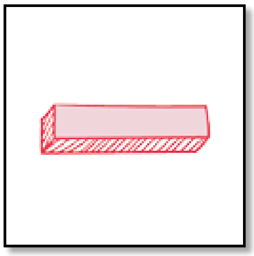
b) Dibuja con color rojo el primer signo para representar la división.



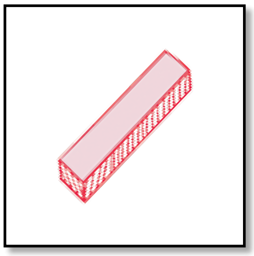
c) Dibuja con color rojo el segundo signo de división.



d) Traza una línea con color rojo para representar la división.



e) En el último, dibuja con rojo una diagonal para representar la división.

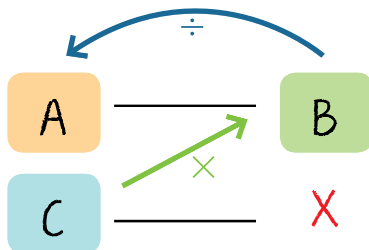


Listo, con las tarjetas de división ya completaste tu *Juego de operaciones matemáticas.*

Guárdalas junto con las que ya habías hecho para usarlas más adelante.

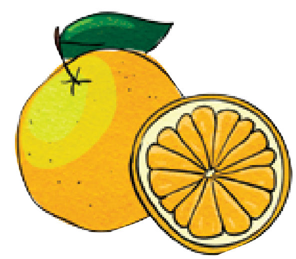
Tema 3. La regla de tres y su aplicación

Cuando en una relación de **proporcionalidad directa** se conocen tres valores y se desconoce uno, es posible calcularlo. Para hacerlo, se utiliza el método conocido como **regla de tres**.



Ejemplo 1

Si para hacer 8 jugos de naranja se requieren 40 naranjas, ¿cuántas naranjas se necesitan para hacer 17 jugos?



Para aplicar la regla de tres, primero comprueba si es un caso de proporcionalidad directa, preguntándote si necesitas más naranjas cuando quieres hacer más jugos, y viceversa, si para hacer menor cantidad de jugo requieres menor cantidad de naranjas.

Jugo	Naranjas
+	+
–	–

Efectivamente, mientras más jugo quieras hacer, necesitarás más naranjas, por lo que sí se trata de una relación de **proporcionalidad directa.**

A continuación escribimos la proporción: si para hacer 8 jugos se requieren 40 naranjas, ¿cuántas naranjas se necesitan para hacer 17 jugos? Este planteamiento se escribe así:

$$\begin{array}{rcl} \text{jugos} \rightarrow & \dfrac{8}{40} = \dfrac{17}{x} & \leftarrow \text{jugos} \\ \text{naranjas} \rightarrow & & \leftarrow \text{naranjas} \end{array}$$

Es muy importante escribir las cantidades asociadas a los mismos conceptos en las mismas posiciones dentro de las fracciones.

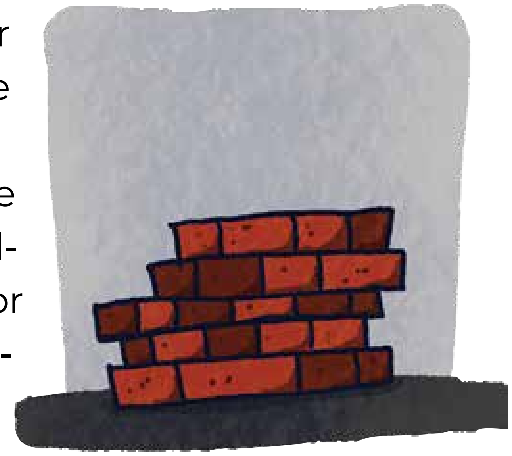
Para resolver la **regla de tres**, multiplicamos en diagonal las cantidades conocidas y dividimos el resultado entre el tercer número conocido:

$$\dfrac{8}{40} = \dfrac{17}{?} \qquad \qquad \dfrac{40 \times 17}{8} = \dfrac{680}{8} = 85$$

Es decir, se necesitan 85 naranjas para hacer 17 jugos.

Ejemplo 2

Si se tienen 900 ladrillos y se necesitan 60 por metro cuadrado, ¿cuántos metros cuadrados de muro se alcanzan a construir con ellos?



De acuerdo con la información disponible, se entiende que mientras más ladrillos haya, se alcanzarán a construir más metros cuadrados, por lo que **sí se está ante una relación de proporcionalidad directa**.

Por lo tanto, para resolver el problema aplicamos la regla de tres. Primero se escribe la relación, considerando que en total se cuenta con 900 ladrillos:

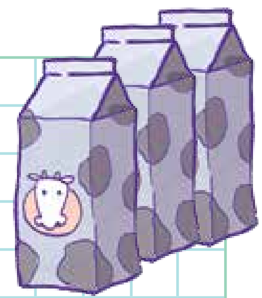
$$\begin{array}{rcl} \text{ladrillos} \longrightarrow & \dfrac{60}{1} = \dfrac{900}{?} & \longleftarrow \text{ladrillos} \\ \text{metros cuadrados} \longrightarrow & & \longleftarrow \text{metros cuadrados} \end{array}$$

Se multiplican las cantidades conocidas en diagonal y el resultado se divide entre el tercer número conocido:

$$\frac{60}{1} = \frac{900}{?} \qquad\qquad \frac{1 \times 900}{60} = \frac{900}{60} = 15$$

Es decir, con 900 ladrillos se pueden construir 15 metros cuadrados de muro.

Actividad 3. Con base en la información de las tablas de datos de proporcionalidad directa, encierra en un círculo la operación correcta para cada caso, resuélvelas y escribe el resultado.



Si se requieren 3 cartones de leche para preparar juntar 15 con pasteles. ¿Cuántos cartones de leche se requieren para 35 pasteles?

Cartones de leche	3	?
Pasteles preparados	15	35

Opciones de operaciones:

$\frac{15 \times 35}{3} =$ $\frac{15 \times 35}{35} =$ $\frac{3 \times 35}{15} =$

Resultado:

Si por 6 productos del mismo precio se pagaron 111 pesos, ¿cuánto se pagará por 16 productos como esos?

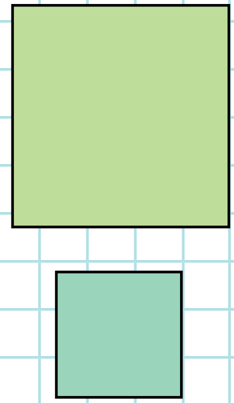
Cantidad de productos	6	16
Precio total	111	?

Opciones de operaciones:

$\frac{6 \times 111}{16} =$ $\frac{6 \times 16}{111} =$ $\frac{111 \times 16}{6} =$

Resultado:

Si el lado de un cuadrado mide 13 cm y su perímetro mide 52 cm, ¿cuánto medirá el perímetro de otro cuadrado proporcional en tamaño, cuyo lado mide 7 cm?



Lado de un cuadrado	13	7
Perímetro	52	?

Opciones de operaciones:

$\frac{52 \times 7}{13} =$ $\qquad$ $\frac{13 \times 7}{52} =$ $\qquad$ $\frac{13 \times 52}{7} =$

Resultado:

PROYECTO

Es momento de proseguir con el proyecto *Juego de operaciones matemáticas.*

a) Usa tus tarjetas para formular las divisiones que se te piden. Ten a la mano tus tablas de dividir o tu tabla pitagórica.

- Forma con tus tarjetas la división 24.5 entre 3 y resuélvela. Utiliza ÷ como signo de división. Escribe en este espacio cómo quedó.

- Divide ahora con tus tarjetas 32 entre 1.5 con los dos puntos (:) como signo de división; escribe en el espacio la operación de forma vertical y su resultado.

- Forma con tus tarjetas la división 150.2 entre 5.1 con la diagonal (/) como signo de división y resuélvela. Escribe cómo quedó tu operación en este espacio.

- Forma con tus tarjetas la división 316.84 entre 0.4 y resuélvela sobre la mesa. Puedes formar el signo "de casita" (⌐) para dividir con una regla y un lápiz o un listón. Escribe tu operación y su desarrollo en este espacio.

- Utiliza las tarjetas y resuelve la división 164.8 entre 8. Una vez que la termines, copia tu operación en el espacio.

b) Responde: ¿tuviste algún problema para formular las operaciones con tus tarjetas? De ser así, ¿cuál fue?

c) Reúnete con otras personas y formulen multiplicaciones. Pueden ser de tu *Círculo de estudio*, familiares o amistades. Al terminar, guarda tus tarjetas.

Tema 4. Proporcionalidad inversa

Ya conociste la proporcionalidad directa y la regla de tres para obtener un valor faltante, ahora revisa en qué consiste la **proporcionalidad inversa**.

Se tiene una relación de **proporcionalidad inversa** cuando, **al aumentar una cantidad, la otra disminuye**. Por ejemplo, si 2 albañiles construyen una barda en 8 días, ¿en cuántos días construirían la misma barda 4 albañiles?

Este es un caso de **proporcionalidad inversa**, porque es obvio que mientras más albañiles trabajen en la construcción de la barda, menos tiempo tardarán en hacerla:

Número de albañiles	Días para construir la barda
+	−
−	+

Tenemos otro caso de proporcionalidad inversa cuando se desea repartir en partes iguales un número determinado de canicas entre varias niñas y niños. Si llegan más niñas o niños a jugar, les tocarán menos.

Número de niñas y niños	Cantidad de canicas que le toca a cada niña y niño
+	−
−	+

Actividad 4. **Responde si los casos que se describen se refieren a una relación de proporcionalidad inversa o no.**

- Marca con una paloma ✓ los casos en que guardan proporcionalidad inversa.

La cantidad de un pastel a repartir para con el número de personas que quieren pastel.

El tiempo de espera en un restaurante para con el número de personas meseras.

La altura y longitud de una barda para con el número de ladrillos que la forman.

La cantidad de tortillas en relación con el número de tacos que se quieren preparar.

El tiempo que tarda un automóvil en recorrer una distancia para con la velocidad a la que se mueve.

La cantidad de agua que se necesita para llenar una pecera y la capacidad de la pecera.

PROYECTO

Es hora de retomar el proyecto *Juego de operaciones matemáticas* y jugar su cuarto nivel.

a) Reúnete con otras personas para participar de dos en dos por turnos. Puede ser en la *Plaza comunitaria*, con familiares o amistades. Realiza los pasos siguientes:

1. Haz un montón con las tarjetas numéricas. Separa las tarjetas de operación.

2. Revuelve las tarjetas numéricas y colócalas **boca abajo**, de forma que ninguna de las dos personas participantes pueda ver los números.

3. Reparte seis tarjetas numéricas a cada una de las dos personas que juegan en ese momento.

4. Cada persona participante debe revisar sus tarjetas y observar si entre las dos pueden hacer una división y resolverla con los números que tienen.

5. De ser así, deben tomar uno de los signos de operación y otro de igual para formar la división en la mesa.

6. Si no es posible formularla con los números que tienen, toma del montón otra tarjeta numérica hasta conseguirlo.

7. Cuando logren formar la división, revísenla entre todas las personas reunidas. Si es correcta, toca el turno a otras dos personas para crear la suya. Para ello, se repite todo el proceso.

8. La partida termina cuando todas las personas hayan formulado sus divisiones.

Responde: ¿consideras que fue sencillo o difícil plantear la división con los números que te tocaron? ¿Por qué?

Juega este nivel otras veces, así podrás adquirir más habilidades para plantear y resolver divisiones de manera cooperativa.

Tema 5. Solución de problemas de proporcionalidad inversa

Así como un tema anterior trató sobre la forma de plantear y resolver problemas de proporcionalidad directa mediante el uso de la **regla de tres**, hay también forma de encontrar un dato que falte en una proporción inversa, y es la regla de tres inversa. Observa el siguiente esquema para reconocer este proceso.

Ejemplo 1

Si 2 albañiles construyen una barda en 8 días, ¿en cuántos días construirán la misma barda 4 albañiles?

Para resolver el problema, primero se escribe la proporción:

$$\begin{array}{rcl} \text{albañiles} \longrightarrow & \dfrac{2}{8} = \dfrac{4}{?} & \longleftarrow \text{albañiles} \\ \text{días} \longrightarrow & & \longleftarrow \text{días} \end{array}$$

Después se aplica la **regla de tres inversa**, para lo cual se multiplican entre sí los números de la fracción conocida y el resultado se divide entre el tercer dato conocido:

$$\times \; \frac{2}{8} \underset{\div}{=} \frac{4}{?}$$

Así, se tiene que: $\dfrac{8 \times 2}{4} = \dfrac{16}{4} = 4$

Lo que significa que 4 albañiles construirán la misma barda en 4 días.

Ejemplo 2

Si una alberca se llena en 24 horas con 3 litros de agua por segundo, ¿en cuánto tiempo se llenará si el agua fluye a 8 litros por segundo?

Para resolver el problema, primero escribimos la proporción:

$$\begin{array}{rcl} \text{horas} \longrightarrow & \dfrac{24}{3} = \dfrac{?}{8} & \longleftarrow \text{horas} \\ \text{litros por segundo} \longrightarrow & & \longleftarrow \text{litros por segundo} \end{array}$$

Después se aplica la regla de tres inversa, para lo cual se multiplican entre sí los números de la fracción conocida y el resultado se divide entre el tercer dato conocido.

$$\times \quad \frac{24}{3} = \frac{?}{8}$$

$$\div$$

Así, tenemos que: $\dfrac{24 \times 3}{8} = \dfrac{72}{8} = 9$

Lo que significa que la alberca se llenará en 9 horas si el agua fluye a 8 litros por segundo.

Actividad 5. Para reforzar el conocimiento sobre la regla de tres inversa y la resolución de problemas de proporcionalidad inversa, realiza lo que se te pide.

a) Lee las preguntas y subraya la respuesta correcta.

1. Si un automóvil hace 2 horas en ir de una ciudad a otra a una velocidad de 90 kilómetros por hora, ¿en cuánto tiempo recorrerá la misma distancia a una velocidad de 60 kilómetros por hora?
   - 5 horas
   - 4 horas
   - 3 horas
   - 1 hora

2. Si 5 personas meseras tardan 14 minutos en atender a la gente en un restaurante, ¿en cuánto tiempo atenderían a la gente 7 meseras?
   - 10 minutos
   - 12 minutos
   - 9 minutos
   - 11 minutos

b) Responde las preguntas siguientes:

1. ¿Qué diferencias encuentras en el procedimiento para encontrar el dato faltante entre una proporcionalidad inversa y una proporcionalidad directa?

____

____

2. ¿Qué distingue a la regla de tres de la regla de tres inversa?

PROYECTO

En esta unidad elaboraste el *Juego de operaciones matemáticas*. Lo utilizaste para apoyar el aprendizaje del sistema de numeración decimal y realizar operaciones básicas. Para cerrar este proyecto, reúnete con quienes jugaste y realicen las actividades siguientes:

a) A partir de una lluvia de ideas, anota nuevas formas de utilizar el *Juego de operaciones matemáticas* para mejorar tus capacidades al hacer operaciones.

- Escríbelas en el recuadro siguiente.

b) Haz lo que se te pide.

1. Describe una nueva forma de utilizar el juego.

___

___

___

2. Elabora un instructivo para el juego que te gustaría practicar.

CONEXIONES

Revisa en la secuencia 10 del módulo *Lengua y comunicación 2* el tema de los textos instruccionales antes de elaborar tu instructivo.

Visualiza y practica las operaciones que vayas planteando durante el estudio de las unidades siguientes y comparte tus aprendizajes.

CIERRE

En esta secuencia conociste qué son las razones y cómo puedes resolver problemas asociados a ellas; también conociste la diferencia entre la proporcionalidad directa e inversa y en qué casos se da cada una. Finalmente, reconociste la regla de tres y la regla de tres inversa.

Actividad de cierre. Te sugerimos practicar las razones y proporciones, en especial la regla de tres y la regla de tres inversa; porque estos conocimientos te servirán para resolver problemas de la vida diaria.

a) Resuelve los problemas siguientes.

1. Una promoción de una tienda dice que en la compra de dos pastas dentales se regala un cepillo de dientes. ¿Cuál es la razón de las pastas dentales con los cepillos de dientes?

2. Fernanda es nutrióloga y acaba de formar un grupo con 35 personas que buscan mejorar sus hábitos alimenticios. Si en el grupo hay 9 personas vegetarianas, ¿cuál es la razón de las vegetarianas con el total del grupo?

b) Responde correctamente lo que se te pide.

1. Al numerador de una razón se le llama:

____

2. El denominador de una razón es conocido como:

____

3. Da un ejemplo de relación proporcional directa. No utilices los vistos en la secuencia.

4. Da un ejemplo de relación proporcional inversa. De igual forma, no repitas alguno de los vistos en la secuencia.

5. ¿Cuál es el método utilizado para encontrar valores faltantes en proporciones directas?

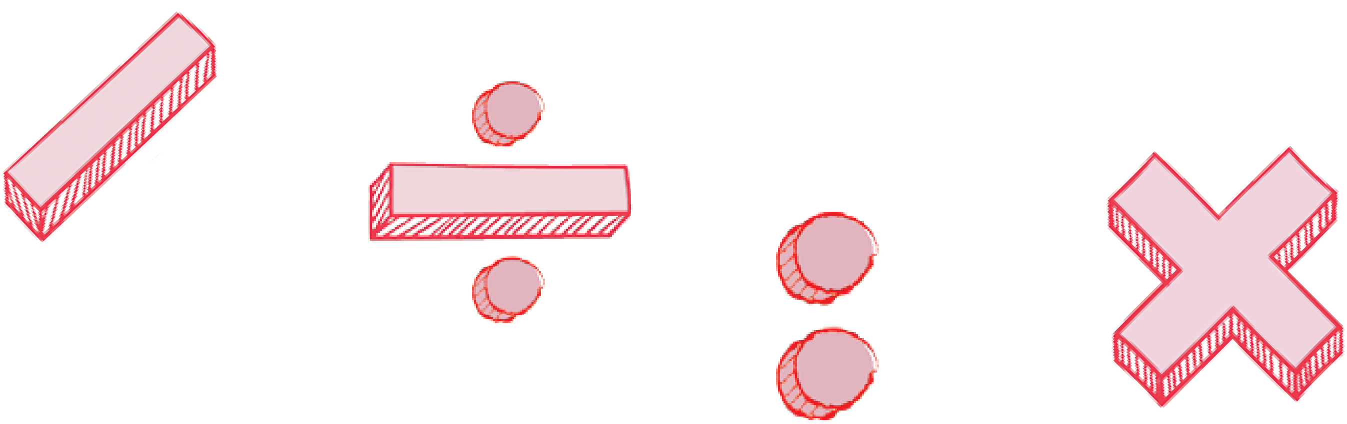
____

6. Cuando en una relación proporcional una cantidad aumenta y la otra también aumenta, se trata de una relación:

____

7. Al contrario, cuando una cantidad aumenta y la otra disminuye, se trata de una proporción:

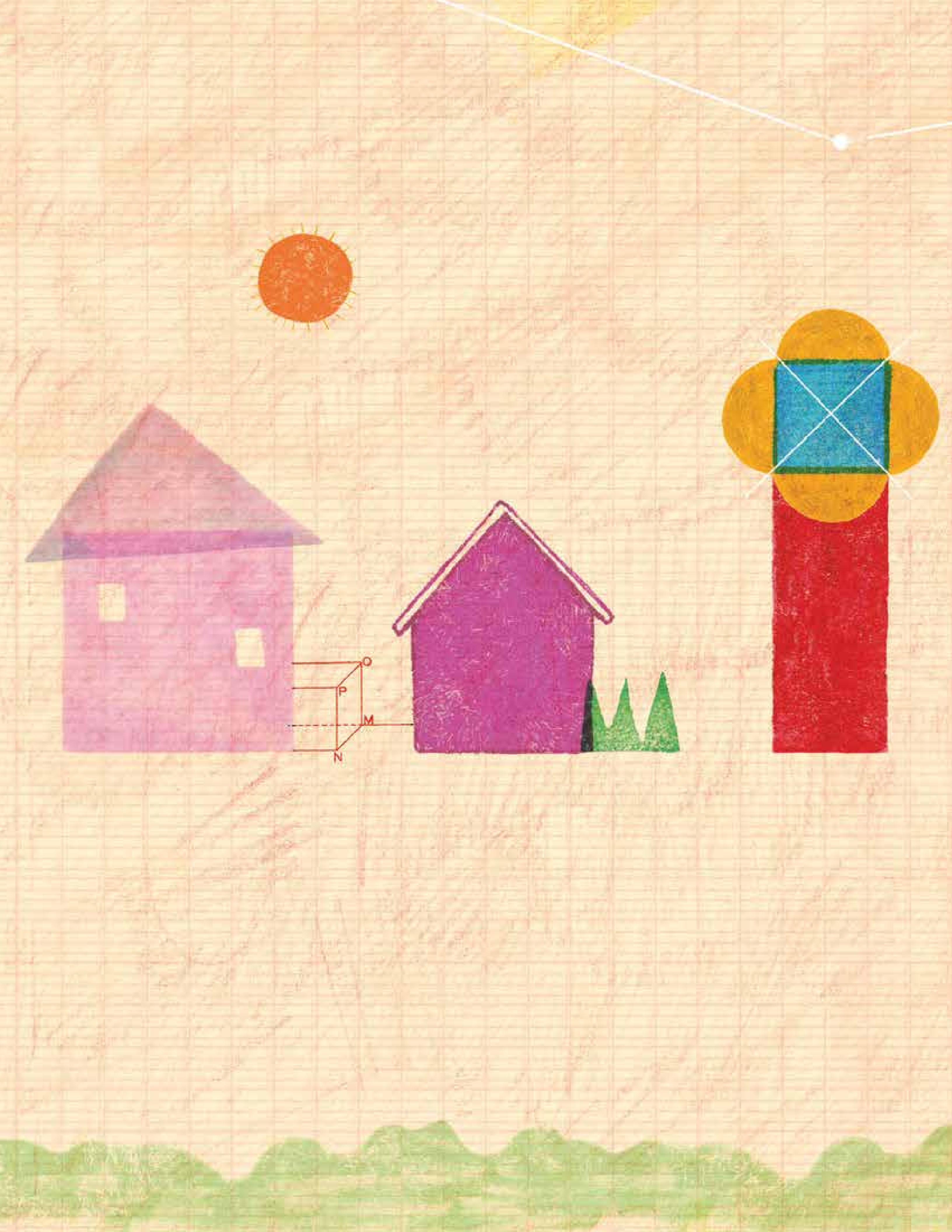
____

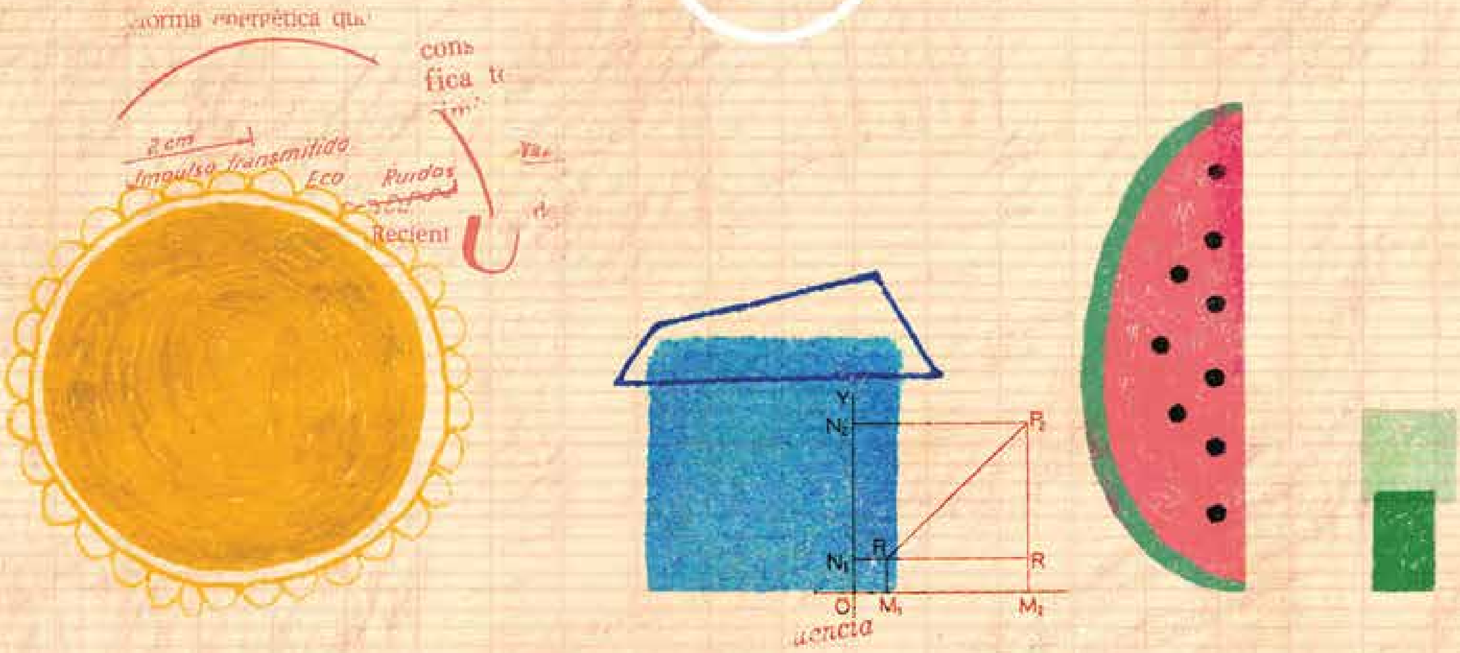


PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Elaboré tarjetas de operación (signos de división) y signo de igual.	
Formulé divisiones.	
Resolví el cuarto nivel del juego.	
Búsqué nuevas formas de utilizar el juego.	
Elaboré un instructivo para el juego.	


O
P
M
N



UNIDAD 2

Propiedades de las figuras geométricas

En esta unidad estudiarás el reconocimiento del espacio mediante croquis, planos y mapas para entender cómo se hacen, aprender a leerlos y a utilizarlos. Asimismo, profundizarás en el reconocimiento de las figuras geométricas mediante la medición de su perímetro y área. Un tema que se introduce es el estudio de las sucesiones numéricas, con progresión tanto aritmética como geométrica, tema con el que comenzarás a desarrollar el pensamiento algebraico.

El proyecto *Croquis de un sitio destacado en mi comunidad* apoyará el desarrollo de estas habilidades al plantear la representación gráfica de un espacio de importancia cultural en tu comunidad, con apoyo de tus conocimientos sobre figuras geométricas y sus mediciones, para visibilizarlo, rescatarlo y conservarlo, en caso necesario.

Secuencia

5

Croquis, planos y mapas para conocer ubicaciones

En esta secuencia se retoma el estudio de las formas, el espacio y la medición, de modo que reconocerás qué son los croquis, planos y mapas; los leerás, interpretarás, harás algunos y los usarás como fuente de información.

PROYECTO

Comienzas también el proyecto *Croquis de un sitio destacado en mi comunidad,* con algunas mediciones para la ubicación de un sitio destacado por su valor cultural o social en la comunidad donde vives.

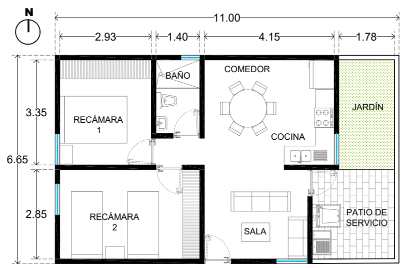
Las actividades a desarrollar en esta secuencia serán de planeación y consisten en lo siguiente:

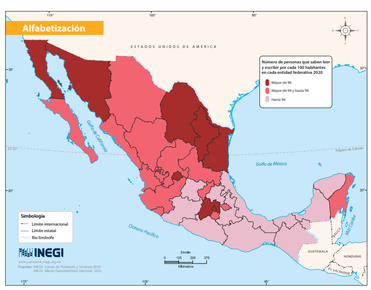
- Investigación de los lugares culturales o sociales más valorados en tu comunidad.
- Selección del lugar a representar en el croquis.

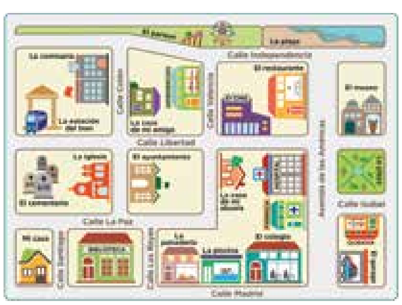
A lo largo de la secuencia se utiliza el ícono **PROYECTO** para distinguir las actividades del proyecto.

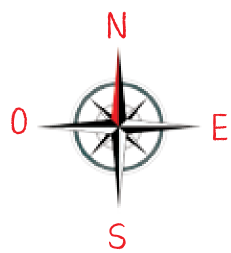
INICIO

Actividad de inicio. Observa las imágenes y únelas con una línea al nombre que les corresponde.









Mapa

Rosa de los vientos

Escala gráfica

Croquis

Plano

Tema 1. Representaciones gráficas del espacio

Las personas se las han ingeniado desde la antigüedad para inventar sistemas que les ayuden a entender, explicar y organizar la información: los números, las operaciones matemáticas y sus símbolos, las tablas y los pictogramas, entre otros ejemplos. También idearon formas para ubicar ciertos lugares, los caminos para llegar a ellos y sus características.

Llamamos **representaciones gráficas del espacio** a los **bosquejos**, las ilustraciones, las imágenes y los dibujos por medio de los cuales explicamos la distribución de un lugar determinado; pueden ser de lo más simple, como unas cuantas líneas dibujadas a mano en un papel, a lo más complejo, como las que se ven en las noticias o en los libros.

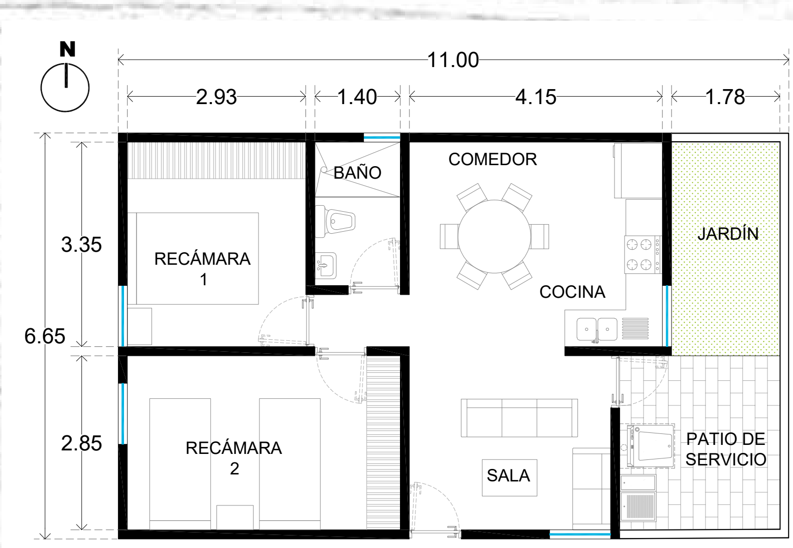
CÓDIGO COMÚN

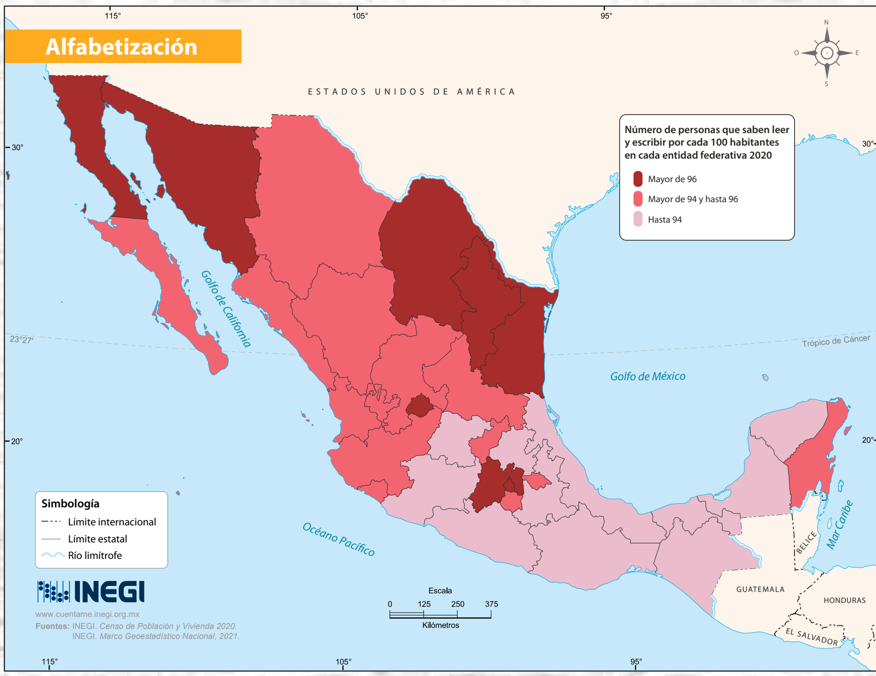
Bosquejos: diseños que se hacen antes de un dibujo definitivo, para revisarlo y hacerle los ajustes.

Los **croquis**, **planos** y **mapas** son tres representaciones del espacio y cumplen la tarea de mostrarlo en dos dimensiones: ancho y largo.

El **croquis** es la más sencilla y más utilizada por las personas.

El **plano** requiere conocimiento técnico para su elaboración.



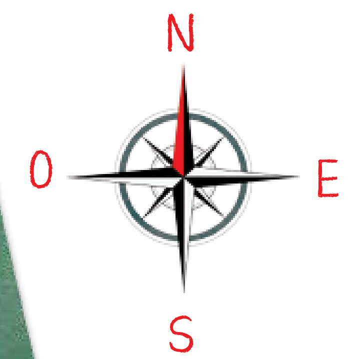


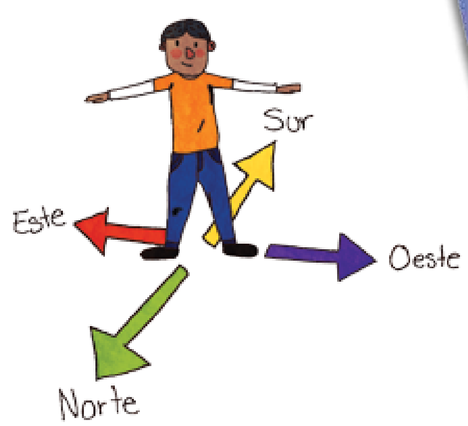
El **mapa** es la más compleja de las tres porque incluye mediciones y características específicas de la superficie terrestre.

Estas tres **representaciones gráficas** tienen diferentes características y sirven para distintas necesidades; por ejemplo, si deseas dejarle a alguna persona indicaciones para llegar a tu casa, puedes hacerle un croquis; si se organizan en tu comunidad para construir un salón ejidal, estudiar los planos te permitirá conocer las características de la edificación; el mapa puede ser de utilidad para localizar el centro de salud más cercano.

Un elemento fundamental para elaborar una representación del espacio es la **orientación**.

Una forma de ubicarse espacialmente es observando el cielo durante el día. ¿Sabías que el sol sale por el **oriente** y se oculta por el **poniente** u **occidente?** Estos puntos también se llaman **este** y **oeste**, respectivamente.





Basta con que te coloques de pie, con el lado por donde sale el sol a tu derecha y mirando hacia el frente con los brazos extendidos. Tu brazo derecho señalará el **este**, el izquierdo el **oeste**, el **norte** te quedará hacia el frente y el **sur** detrás de ti. ¡Ya puedes orientarte!

Para ayudarte a localizar algún lugar o saber hacia dónde dirigirte también puedes utilizar una brújula; este instrumento consiste en una cajita con una aguja imantada que siempre señala hacia el **norte** terrestre. Ha sido muy útil en la navegación y las exploraciones de territorios desconocidos, por mencionar ejemplos de su uso.

CONEXIONES

Repasa el tema del magnetismo en la secuencia 4 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1*.

Ubicar los puntos cardinales es una parte importante para interpretar un croquis, plano o mapa; sobre todo en los dos últimos se suele ordenar la información considerando el **norte** en la parte superior; en ambas representaciones se agrega la rosa de los vientos o una flecha que lo indique. Si por algo no estuviera esta señalización, se considera que el **norte** está en la parte de arriba del mapa.

Actividad 1. Es momento de que comiences a trabajar con las representaciones gráficas del espacio; para ello, realiza lo que se te pide.

a) Escribe en las líneas el nombre de cada punto cardinal.

____

_______________  _______________

____

b) Lee el texto y complétalo con la palabra correspondiente.

Norte | Este | brújula | Oeste | superior

El sol sale por el _______________ y se oculta por el _______________, pero si es de noche o estás en un bosque con muchos árboles y no puedes ver el cielo, una _______________ te ayudará a encontrar el _______________ terrestre. Si tienes un mapa que no especifica la orientación, sabrás que el norte se encuentra en la parte _______________.

PROYECTO

Es momento de iniciar el proyecto de la unidad. Para ubicar el lugar que representarás en el croquis necesitas hacer una pequeña investigación.

TIC

Te recomendamos un video sobre la diversidad cultural en el territorio mexicano, en el siguiente enlace: https://bit.ly/3bbFmLQ

CONEXIONES

En la secuencia 3 de la unidad 1 de *Lengua y comunicación 2* puedes revisar las características de un resumen.

a) Indaga y busca lugares o sitios de interés por su valor cultural y social en tu comunidad. Todas las localidades, por pequeñas o sencillas que sean, tienen espacios que las personas valoran, puede ser un templo, un camino, un puente o incluso el árbol más antiguo de tu comunidad.

México tiene una diversidad cultural que se manifiesta a lo largo y ancho del país.

b) Si no tienes claro cuáles lugares son valiosos en tu comunidad, entrevista a una de las personas mayores con las siguientes preguntas y anota sus respuestas.

- ¿Cuál es el lugar más representativo de la comunidad y explica por qué?

- ¿Cuál es la historia de ese lugar? ¿Qué otros sitios son importantes en la comunidad y por qué? Haz un resumen.

c) Selecciona un lugar sobre el que harás tu croquis. Procura que sea el menos conocido, así tu representación será de utilidad.

d) Escribe en el recuadro el nombre del lugar elegido.

Tema 2. El croquis

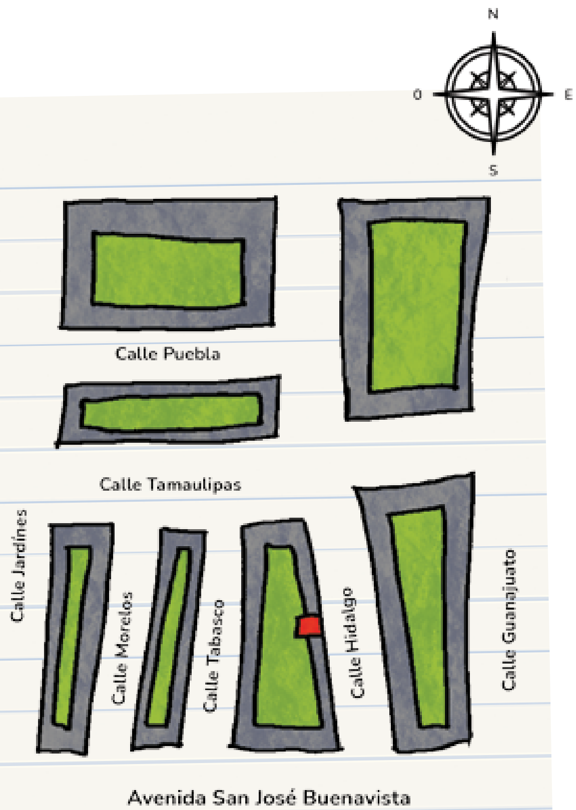
De las tres representaciones gráficas que se han mencionado, los **croquis** son los más sencillos. Quizá te ha tocado elaborar un dibujo para explicar a alguien cómo llegar a un lugar: el centro, la escuela o tu casa. Con líneas de diferente tipo simbolizaste calles, caminos, viviendas y dibujaste alguna seña especial, como un árbol.

El dibujo que se hace para localizar en forma aproximada un lugar o un objeto es un croquis. Representa espacios pequeños, como una parte de la ciudad, un área de trabajo, una casa o vivienda.

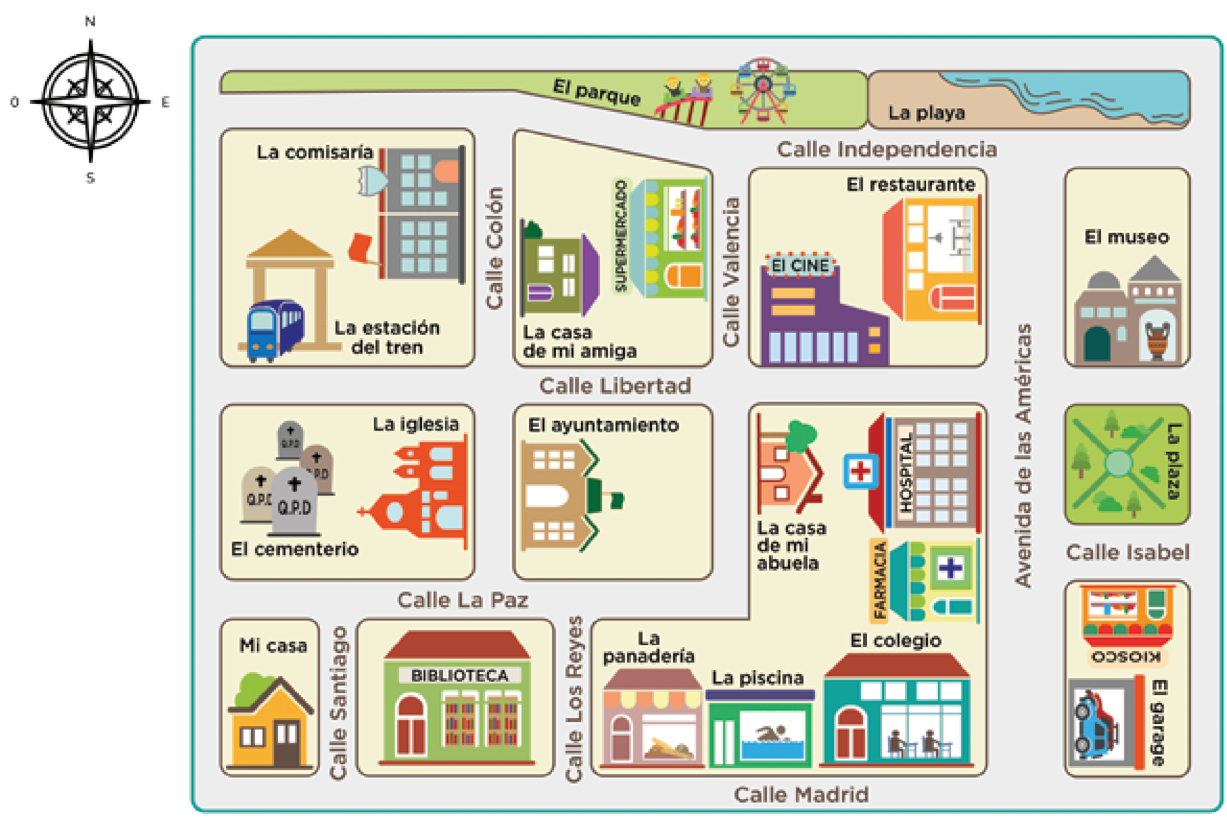
Los **croquis** también se utilizan en los edificios, centros comerciales, escuelas y otros espacios donde sea necesario señalar a las personas las entradas y salidas, los sitios de interés y los elementos básicos del lugar.

Sus características principales son las siguientes:

- Por lo regular se hace a mano.
- También se utiliza para orientar a las personas en lugares como parques y ferias.
- Poseen orientación básica, aunque pueden incluir la rosa de los vientos.
- Señala los elementos principales del lugar con palabras o imágenes.
- No se hace con medidas, pero se procura que los objetos representados en él sean de un tamaño proporcional al que tienen.



Actividad 2. Practica lo visto sobre los croquis realizando lo que se te pide.



a) Busca en el croquis los siguientes lugares y escribe el nombre de la calle o calles donde se encuentran.


La farmacia ______________________________


La estación del tren ______________________________

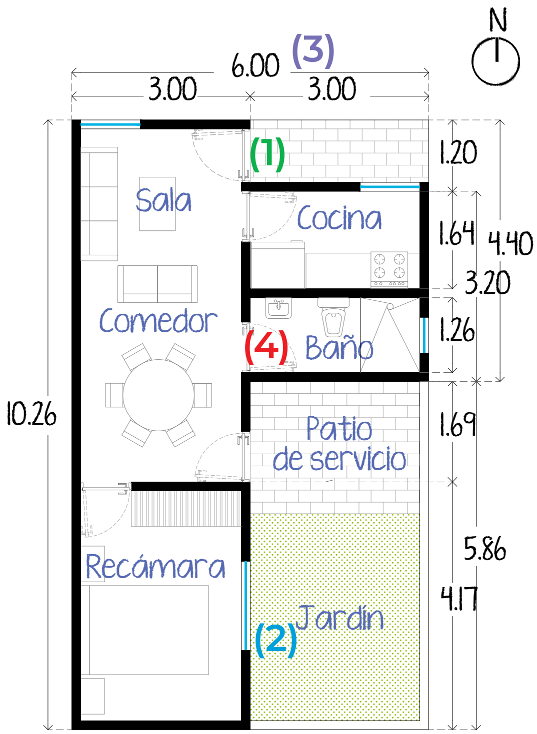

La panadería ______________________________


El museo ______________________________

PROYECTO

b) Haz un boceto del croquis para llegar de tu casa al lugar de tu comunidad que elegiste en la página 172.

Tema 3. El plano y sus elementos



Los **planos** son más elaborados porque su objetivo es mostrar lo más parecido posible el lugar que están recreando o se va a construir.

Además de la orientación hacia el Norte, que no siempre está presente en los panos, incluyen características técnicas, entre ellas:

CÓDIGO COMÚN

Mobiliario: conjunto de muebles de una casa, oficina, negocio o lugar determinado.

- Medidas a escala.
- Señalamiento de lugares.
- Límites de la propiedad o sitio.
- Características específicas, como puertas, ventanas o ubicación de **mobiliario**.
- Nombre del autor y fecha.

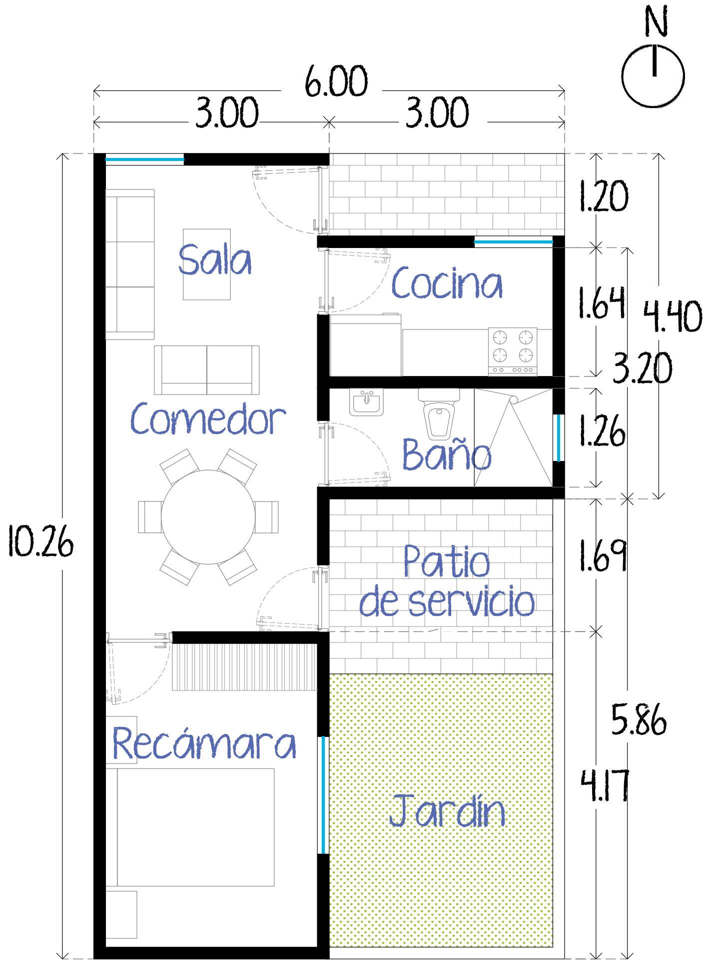
Los planos utilizan los mismos símbolos para representar elementos como puertas **(1)**, ventanas **(2)** y ciertos espacios, como el baño **(4)**.

Las flechas con números son las medidas de cada pared o espacio. Por ejemplo, la señalada con **(3)** es el total del frente de la vivienda, que es de 6 metros.

Los planos de edificaciones permiten conocer las medidas reales de cada espacio y la medida total de la propiedad; antes de construir, posibilitan describir el proyecto para que quienes lo ejecuten conozcan las medidas de cada espacio, los límites de la propiedad y los componentes que tendrá.

Actividad 3. **Pon a prueba lo visto y realiza lo que se pide.**

a) Observa el plano y responde las preguntas.



1. ¿Cuántas habitaciones terminadas tiene la vivienda? ____________

2. ¿Cuántas puertas tiene en total? ____________

3. ¿Cuánto mide de ancho el pasillo? ____________

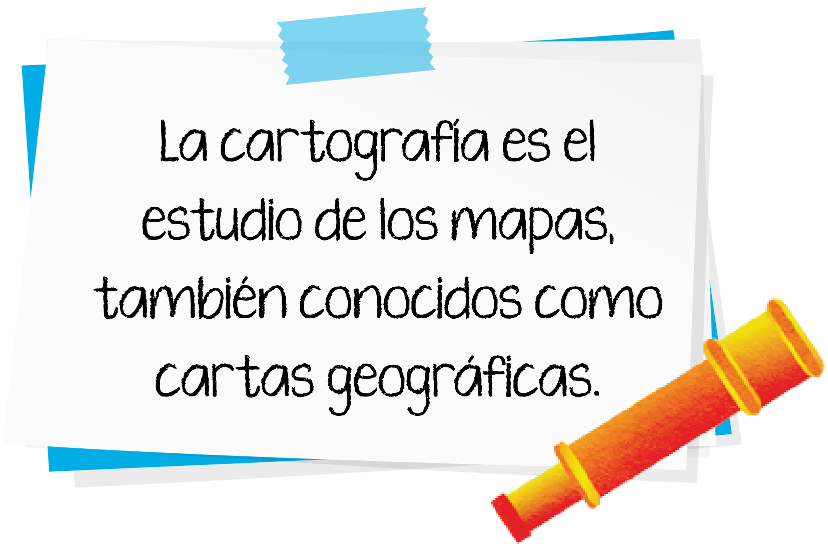
4. ¿Cuánto mide la fachada? ____________

5. ¿Qué espacio básico de toda vivienda falta en el plano? ____________

Tema 4. Los mapas: elementos y simbología

El **mapa** es una representación gráfica de la superficie terrestre o de una parte de esta, **que muestra información resumida y general sobre sus características.**

Están hechos a escala, lo que significa que en ellos están reducidas miles o millones de veces las dimensiones terrestres.



Las características principales de los mapas son las siguientes:

- Tienen una **escala**, que se especifica en el mismo mapa.
- Presentan **cierta distorsión** debido a la superficie curva y tridimensional de la Tierra reproducida en una hoja de papel, que es plana y solo tiene dos dimensiones. Por esto, en algunos puntos se alargan las distancias y en otros se acortan.
- Se elabora con una **proyección cartográfica** o sistema de elaboración específico, para reducir dichas distorsiones en el espacio que se desea mostrar.

- Cada mapa tiene un **objetivo**, puede ser mostrar elementos naturales, como elevaciones (montañas); aspectos culturales, como lenguas habladas en determinado lugar; condiciones sociales, como distribución de la riqueza; entre otros.
- Incluyen el uso de **símbolos, pictogramas, colores y otros elementos de diseño** para indicar las características estudiadas.

Por ejemplo, el siguiente mapa indica los ríos de la República mexicana.

Fuente: http://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/nacional/rios/rios_vertiente_n.pdf (Consulta: 23 de agosto de 2022).

Elementos que conforman un mapa

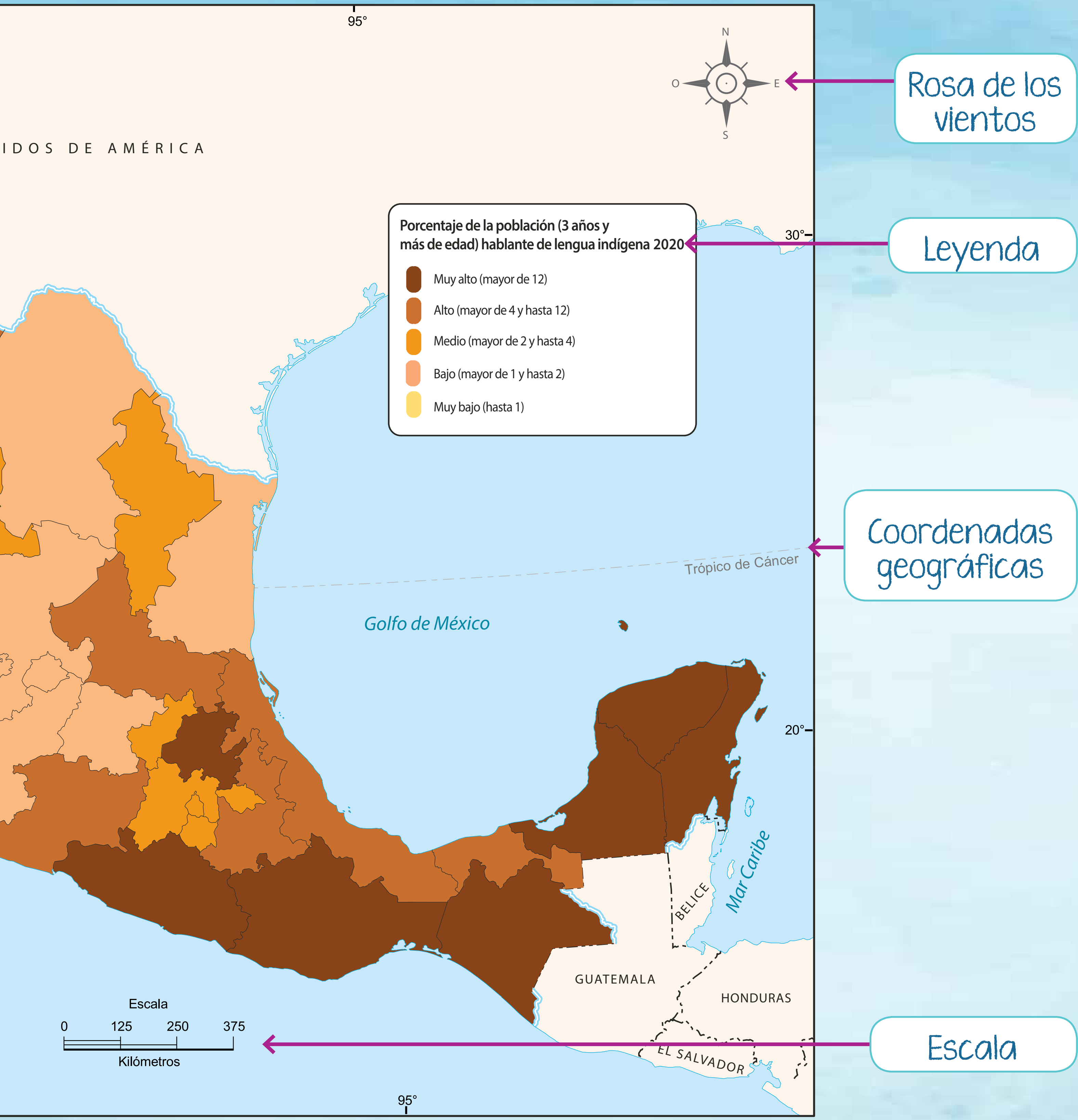
Título

Los **mapas** tienen elementos que permiten interpretar la información que contienen. Observa en el mapa estos elementos y lee su descripción.

Simbología

Autoría

Fuente y fecha


95°
N
O
E
S
IDOS DE AMÉRICA
Porcentaje de la población (3 años y más de edad) hablante de lengua indígena 2020
Muy alto (mayor de 12)
Alto (mayor de 4 y hasta 12)
Medio (mayor de 2 y hasta 4)
Bajo (mayor de 1 y hasta 2)
Muy bajo (hasta 1)
30°
Trópico de Cáncer
Golfo de México
20°
Mar Caribe
BELICE
GUATEMALA
HONDURAS
EL SALVADOR
Escala
0 125 250 375
Kilómetros
95°
Rosa de los vientos
Leyenda
Coordenadas geográficas
Escala

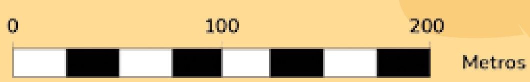
Titulo

Indica el hecho, fenómeno o característica que se representa en el mapa y, a veces, el año. Facilita que la persona usuaria elija el más adecuado para sus fines.

Escala

Los **mapas** son más pequeños que la superficie que representan, pero **guardan una proporción con el tamaño real**. La escala indica la diferencia de tamaños.

Hay diversas escalas, dependiendo del nivel de detalle que se desee analizar. Pueden representarse de tres formas: numérica, gráfica y como una oración corta, como se aprecia en el cuadro siguiente.

▪ Escala numérica	1: 50 000
▪ Escala gráfica	
▪ Escala verbal	Un centímetro representa 50 000 metros

Coordenadas geográficas

Son **puntos de referencia para localizar un objeto en el espacio** mediante líneas verticales de polo norte a polo sur llamadas **meridianos**, y líneas perpendiculares a estos, que atraviesan el planeta de forma horizontal y reciben el nombre de **paralelos**.

Leyenda

Es un cuadro de texto que explica el contenido del mapa. Suele incluir los colores del mapa y la explicación de lo que significan.

Simbología

Los símbolos gráficos visibilizan las **características de los lugares**, como los elementos naturales, culturales, políticos, económicos, sociales, entre otros. Pueden estar representados por puntos, líneas, **pictogramas**, tramas o rellenos, figuras geométricas, flechas, letras y números.

CÓDIGO COMÚN

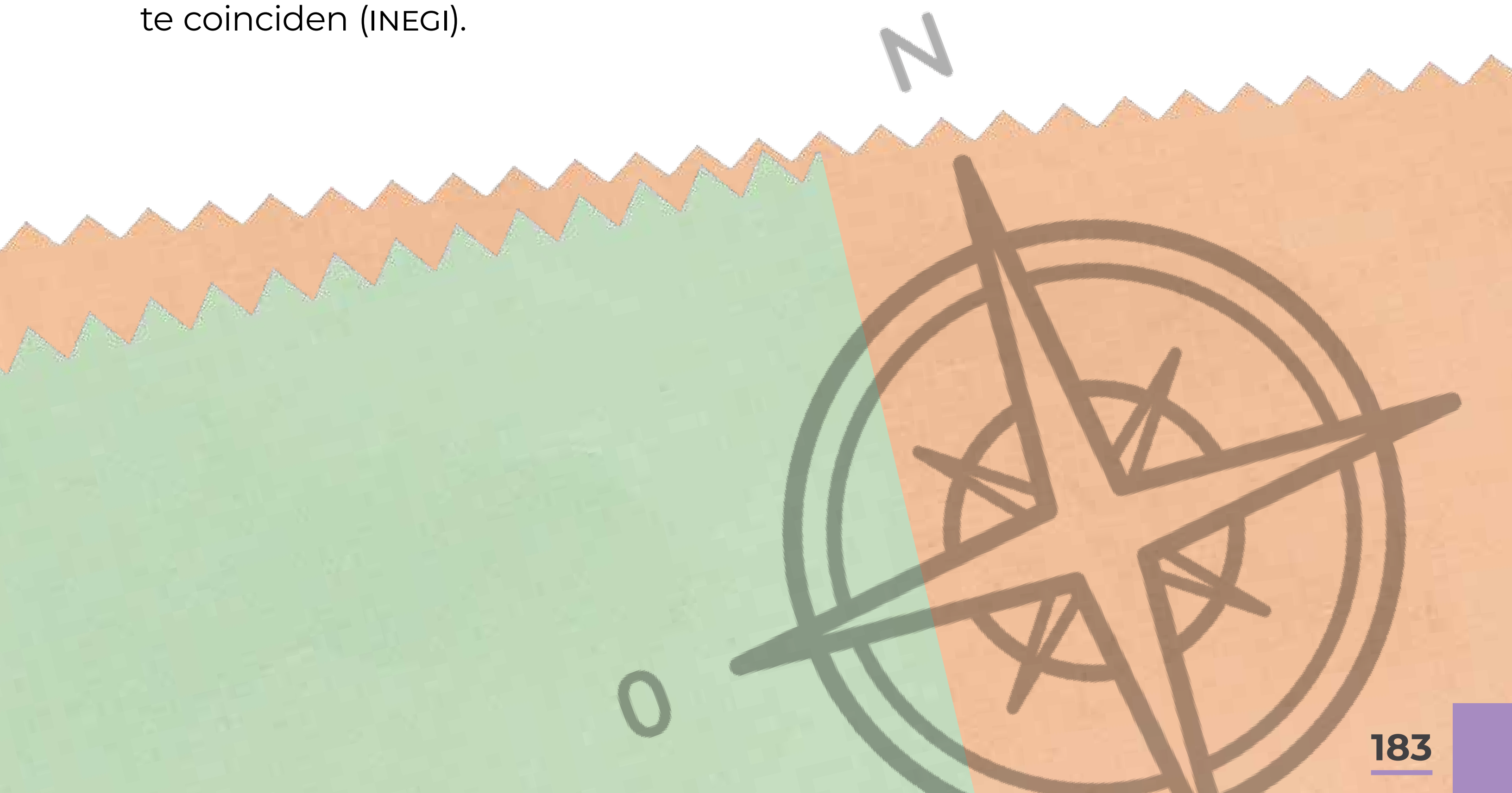
Pictogramas: en un mapa, son figuras o símbolos que se utilizan para representar ciertas características del espacio representado.

Rosa de los vientos

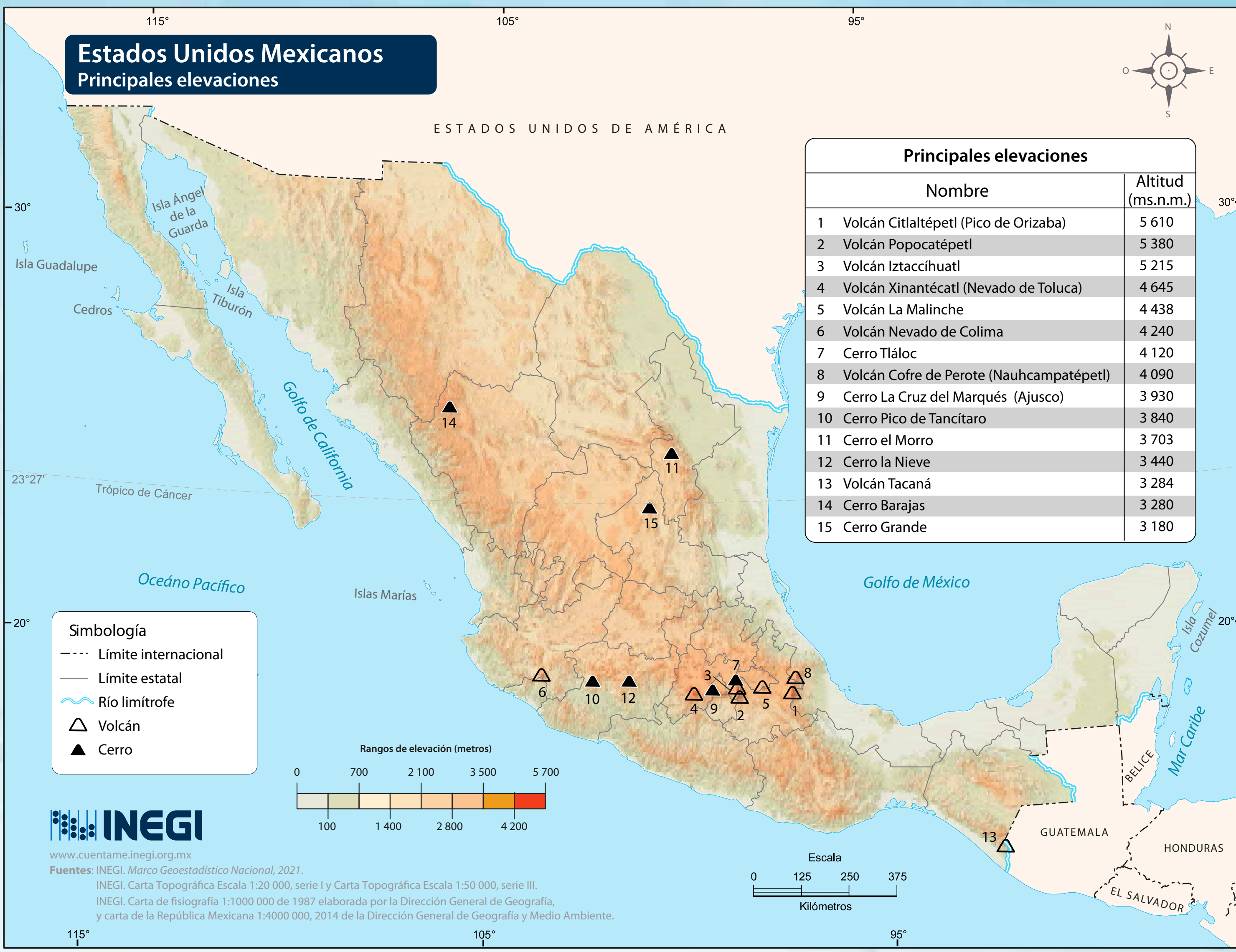
Es una figura geométrica en forma de estrella que **señala hacia dónde se localizan los puntos cardinales**: **norte**, **sur, este** y **oeste** y sus subdivisiones: **noreste, sureste**, **noroeste**, **suroeste**. Por lo general, los mapas presentan el norte en la parte superior.

Autoría

Especifica el nombre de la persona autora o la fuente de donde se obtuvo la información del mapa. En este ejemplo, la autoría y la fuente coinciden (INEGI).



Actividad 4. Revisa todos los elementos del mapa y responde las preguntas siguientes.



Principales elevaciones

	Nombre	Altitud (ms.n.m.)
1	Volcán Citlaltépetl (Pico de Orizaba)	5 610
2	Volcán Popocatépetl	5 380
3	Volcán Iztaccíhuatl	5 215
4	Volcán Xinantécatl (Nevado de Toluca)	4 645
5	Volcán La Malinche	4 438
6	Volcán Nevado de Colima	4 240
7	Cerro Tláloc	4 120
8	Volcán Cofre de Perote (Nauhcampatépetl)	4 090
9	Cerro La Cruz del Marqués (Ajusco)	3 930
10	Cerro Pico de Tancítaro	3 840
11	Cerro el Morro	3 703
12	Cerro la Nieve	3 440
13	Volcán Tacaná	3 284
14	Cerro Barajas	3 280
15	Cerro Grande	3 180

1. ¿Cuál es el título del mapa?

2. De las elevaciones que se incluyen en la tabla, ¿cómo se llama la que se encuentra más al norte? (la numeración de los pictogramas en el mapa corresponde a la numeración de la tabla.)

3. ¿En qué unidad de medida se presenta la escala gráfica?

4. ¿Cómo se llama el volcán que está en la frontera con Guatemala?

5 . Localiza el trópico de Cáncer y responde: ¿cuánto mide la elevación o el cerro que queda en ese paralelo?

Tema 5. Diseño de mapas sencillos

Con lo que has visto de la secuencia ya puedes diseñar croquis y planos, y usar mapas sencillos.

Para hacer un mapa tienes que seleccionar su tamaño de acuerdo con el tema a tratar y decidir si va a abarcar una comunidad, un estado, todo el país o el continente. Puedes tomar como base el material en línea del INEGI. En este ejemplo, se eligió desarrollar un mapa a nivel nacional.

Fuente: http://cuentame.inegi.org.mx/mapas/pdf/nacional/div_territorial/nacionalestados.pdf (Consulta: 25 de agosto de 2022).

El mapa tratará sobre la producción de maíz en toneladas; utilizaremos como fuente al Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP). Lee estos datos sobre estados productores de maíz.

Producción de maíz en toneladas en 8 estados de la República mexicana

Estado	Producción de maíz en toneladas
Yucatán	30 199
Guerrero	116 830
Campeche	31 719
Veracruz	485 599
Nayarit	31 982
Oaxaca	180 063
Chiapas	201 287
Tamaulipas	543 838

Fuente: Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP). Avance de siembras y cosechas. Resumen nacional por estado otoño-invierno 2020 Riego+Temporal. Datos preliminares al 31 de diciembre de 2020.

Estos datos se van a representar en el mapa, coloreando los estados con el mismo color, pero en distintas tonalidades, del más claro al más oscuro: el color más claro indicará el estado con la producción de maíz más baja y el color más oscuro señalará la producción más alta. Para eso, es conveniente ordenar primero los datos de forma ascendente.

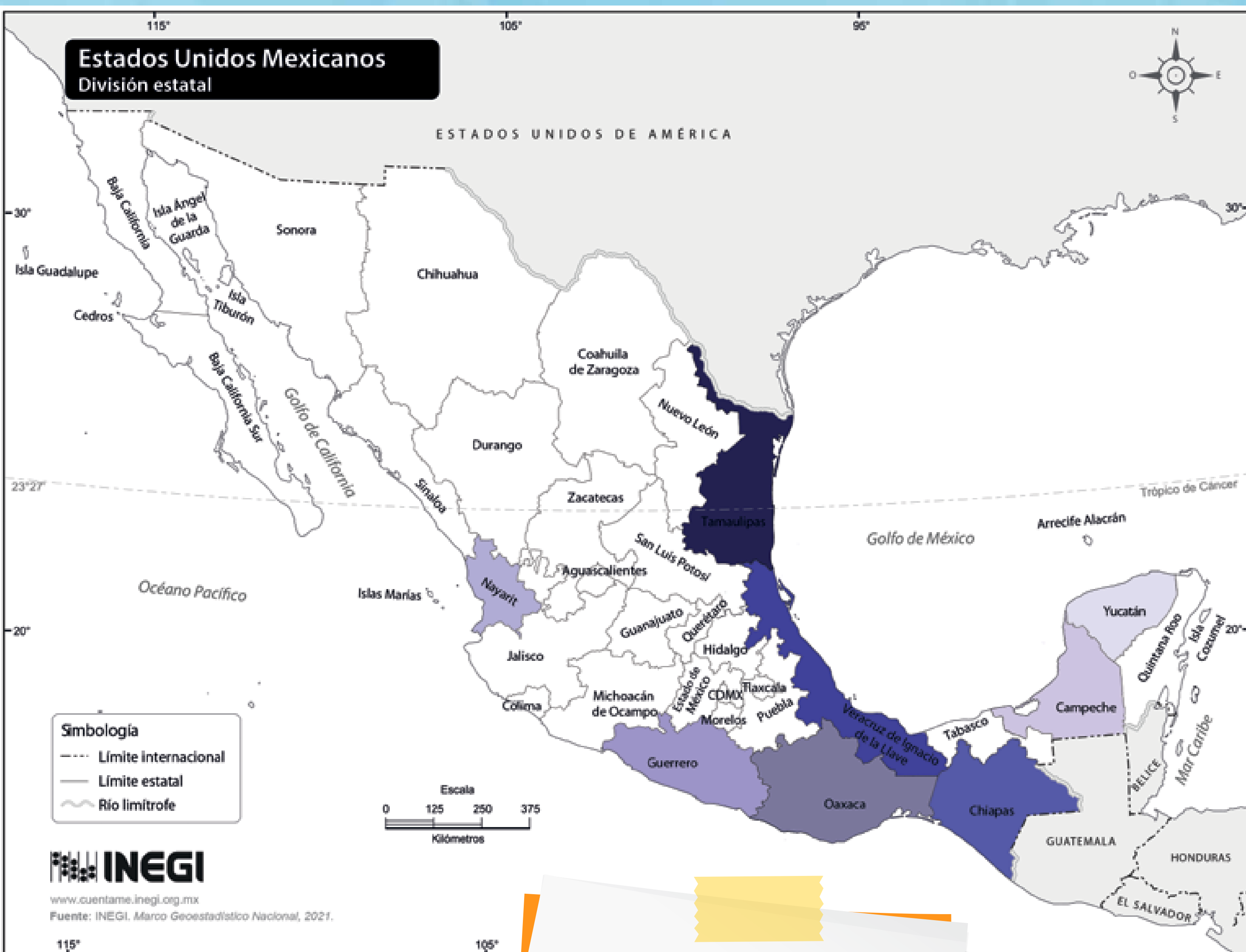
CONEXIONES

Revisa cómo ordenar datos en una tabla de forma ascendente en la secuencia 10 de la unidad 3 de *Pensamiento matemático 1.*

Producción de maíz en toneladas en 8 estados de la República mexicana

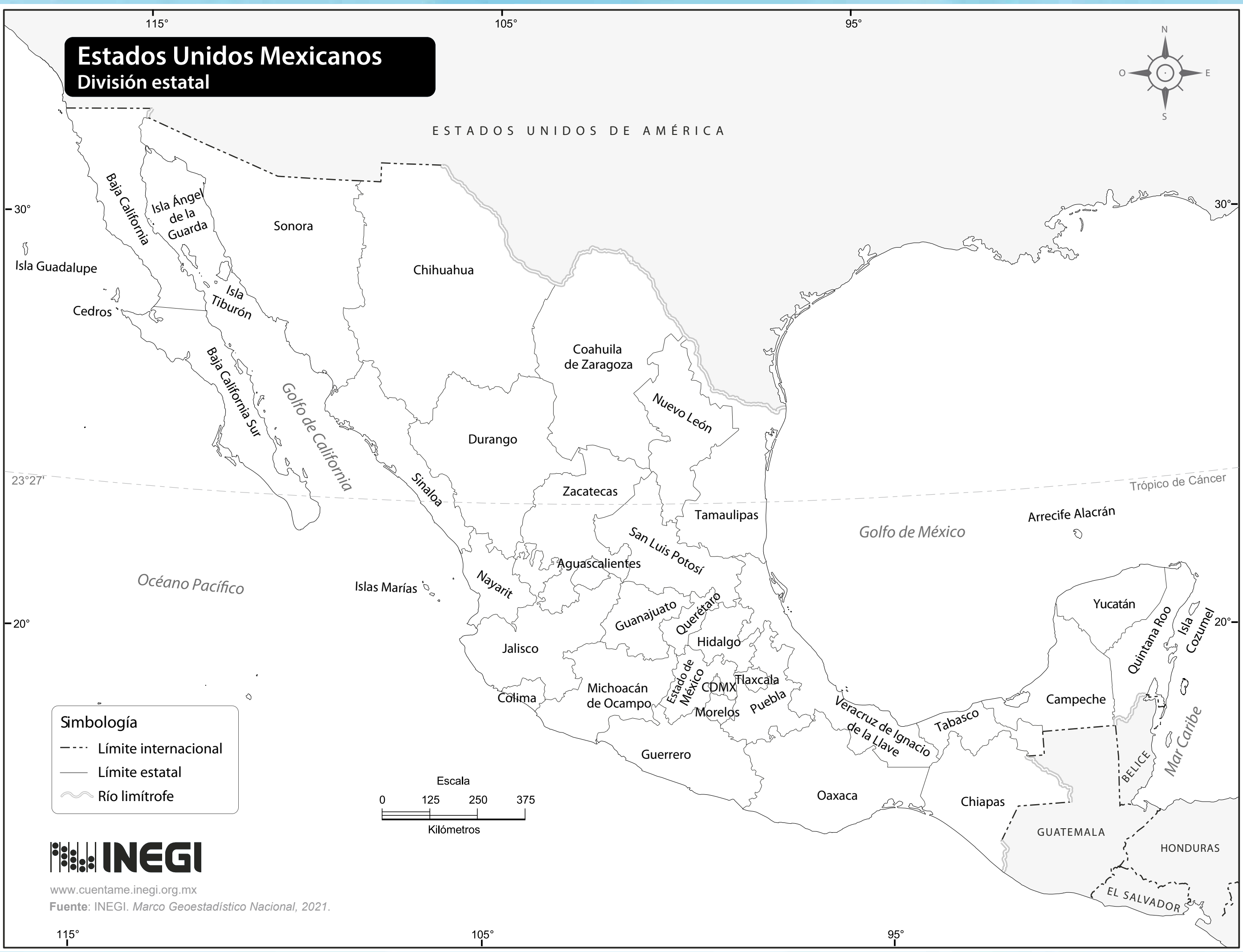
Estado	Producción de maíz en toneladas
Yucatán	30 199
Campeche	31 719
Nayarit	31 982
Guerrero	116 830
Oaxaca	180 063
Chiapas	201 287
Veracruz	485 599
Tamaulipas	543 838

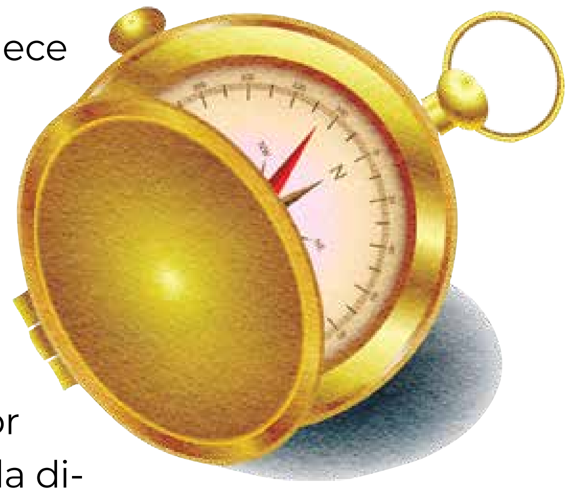
Después de ordenarlos, ya es posible colorear en el mapa los estados de la tabla, de menor a mayor color de acuerdo con los datos.



Y así es como se hace un mapa temático.

Actividad 5. Revisa el mapa y haz lo que se te solicita.





a) Localiza en el mapa el estado al que pertenece tu localidad y coloréalo, no importa el color.

b) Marca con negro la ubicación aproximada de tu localidad dentro del estado.

c) Con base en la tabla, colorea en el mapa los estados indicados; utiliza el mismo color pero con distintas tonalidades para indicar la diferencia en el número de municipios: la más oscura para el estado con mayor cantidad, y la más clara para el que tiene menor cantidad. Si tu estado está en la tabla, colorea solo su contorno.

Estados	Total de municipios
Jalisco	125
Hidalgo	84
Guerrero	81
Zacatecas	58
Durango	39

CIERRE

Has llegado al final de la secuencia donde reconociste tres tipos de representaciones gráficas del espacio o del territorio, como son los croquis, planos y mapas; aprendiste algunos elementos básicos para interpretarlos; a elaborar algunos sencillos y a usarlos como fuente de información.

Actividad de cierre. Para finalizar, realiza la siguiente actividad.

a) Lee la descripción de las representaciones gráficas del espacio y responde a cuál se refiere.

1. Se hacen por lo regular a mano y no requieren mediciones exactas.

___

2. Están hechos a escala, lo que significa que en ellos están reducidas miles o millones de veces las dimensiones de la Tierra.

___

3. Exponen características técnicas como la orientación, las medidas a escala en el caso de casas o edificios y la ubicación de puertas y ventanas.

___

b) Escribe dos características.

De un croquis

1.

2.

De un plano

1.

2.

De un mapa

1.

2.

c) Explica la diferencia entre un croquis y un plano.

d) ¿Para qué sirve la brújula?

e) ¿Qué indica la rosa de los vientos?

f) ¿Qué información proporciona la leyenda en un mapa?

g) ¿En qué parte de la representación gráfica se suele ubicar el norte?

____

____

____

h) ¿En qué situaciones de tu vida cotidiana has aplicado o puedes aplicar estos conocimientos?

____

____

____

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Investigué los lugares culturales o sociales más valorados en mi comunidad.	
Seleccioné el lugar que representaré en el croquis.	
Dibujé un boceto del croquis para llegar de mi casa al lugar que elegí.	

Secuencia

6

Perímetro y área del cuadrado y del rectángulo

En esta secuencia continuarás trabajando con las formas, el espacio y la medición, pero ahora aplicado al estudio de cuadrados y rectángulos; por ello, los temas y ejercicios están enfocados en el reconocimiento de perímetros y áreas de estas figuras, y en la resolución de problemas relacionados con dichas características.

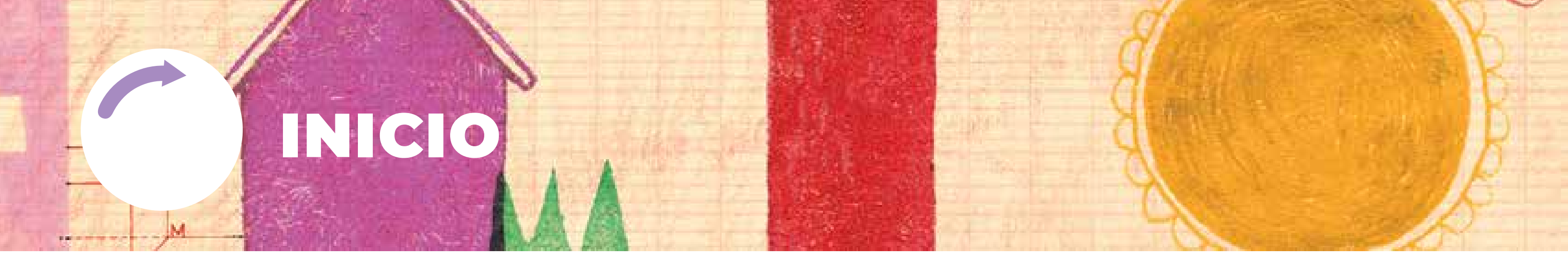
PROYECTO

Proseguirás con el proyecto *Croquis de un sitio destacado en mi comunidad*.

Las actividades a desarrollar en esta secuencia se mencionan a continuación.

- Recorrido de la ruta hacia el sitio que se representará en el croquis.
- Selección de los elementos que tendrá el croquis.
- Elaboración de un bosquejo del croquis.

Recuerda que se utiliza el ícono **PROYECTO** para reconocer cuáles son las actividades del proyecto.



INICIO

Actividad de inicio. **Revisa tus conocimientos previos sobre los temas de esta secuencia.**

a) Lee los enunciados, selecciona la palabra que los complete y escríbela donde corresponda.

rectángulo | cuadrado | longitud | multiplicación

división | regla | perímetro | área | suma

1. La ____________________ nos dice qué tan largo o corto es un objeto o una parte de él.

2. El ____________________ es el polígono regular de cuatro lados iguales.

3. Operación básica, utilizada al contar objetos ________________.

4. El ____________________ es un polígono irregular con sus lados opuestos iguales y todos sus ángulos iguales.

5. El ____________________ es la longitud del borde de una figura geométrica.

6. La ____________________ corresponde a una forma abreviada de representar sumas repetidas.

7. El ____________________ es la extensión de superficie de una figura geométrica.

8. La ________________________ es un instrumento que puede ser utilizado para medir longitudes de algunos objetos.

9. La ________________________ es una operación utilizada para calcular la cantidad correspondiente al repartir objetos.

b) Responde lo que se te solicita.

1. Menciona tres cosas que hayas medido en tu vida cotidiana.

1.
2.
3.

2. Menciona los instrumentos que has utilizado para medir.

3. ¿Qué unidad de medida has utilizado (centímetros, metros, grados, litros, entre otros) al hacer estas mediciones?

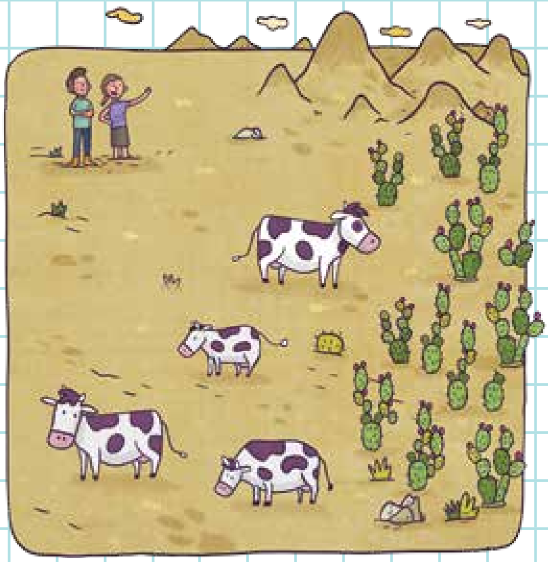
Tema 1. Cálculo de perímetro del cuadrado y del rectángulo

Para calcular un perímetro, todo lo que necesitas saber es cuánto mide cada uno de los lados de la figura. En el siguiente ejemplo se explica cómo hacerlo.

CONEXIONES

Repasa la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1* para retomar las unidades de medición de longitudes en la secuencia 5, el estudio de rectángulos y cuadrados en la secuencia 6 y la definición de perímetro en la secuencia 7.

Lucía y Jesús tienen un terreno cuadrado y quieren cercarlo para que sus vacas no se salgan. Requieren saber cuánta malla comprar, sin que sobre ni que falte: necesitan conocer el perímetro de su terreno.



Para calcular el perímetro necesitan saber cuánto mide cada uno de los lados del terreno cuadrado. Un lado no lo pueden medir porque está lleno de nopales con espinas; otro lado está muy lejos y el otro termina con un terreno montañoso. Solo pueden medir un lado.

Como el terreno es cuadrado y todos sus lados son iguales, **basta conocer la medida de un lado para calcular su perímetro**. Miden un lado y ven que tiene una longitud de 2 kilómetros.

Ahora sí, a calcular el perímetro. Puesto que el **perímetro es la longitud del borde de una figura**, para calcularlo se suma la longitud de cada uno de sus lados (para abreviar perímetro, usamos la letra P mayúscula).

El perímetro del terreno será lo que mide el primer lado, más lo que mide el segundo, más lo que mide el tercero y más lo que mide el cuarto.

$$P = 2\,\text{km} + 2\,\text{km} + 2\,\text{km} + 2\,\text{km}$$

Hacen la suma y se dan cuenta de que el perímetro del terreno mide 8 kilómetros.

$$P = 8\,\text{km}$$

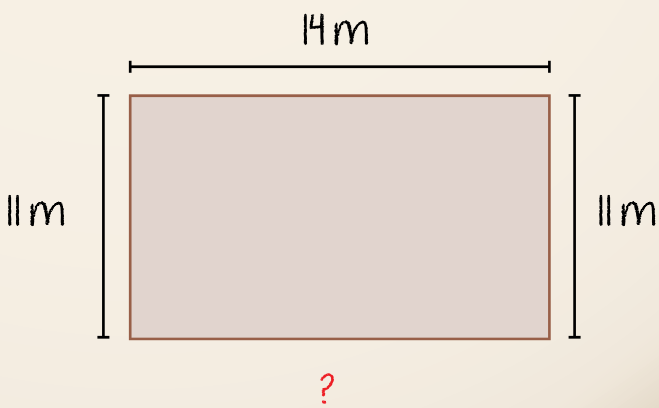
Como se trata de un cuadrado y todos sus lados son iguales, puedes acortar esta suma con una multiplicación y quitar la unidad de medida (km) para dejarla solo en el resultado. En este caso sería:

$$P = 4 \times 2$$

$$P = 8\,\text{km}$$

Observa que todos los lados se midieron en kilómetros y el resultado tiene también esa unidad.

Gabriela también quiere cercar un terreno, pero este es rectangular. Ella solo conoce tres de sus lados: uno mide 14 metros y los otros miden 11 metros. ¿Cuánto mide el lado que desconoce? Gabriela recuerda que un rectángulo tiene dos lados iguales y otros dos iguales, entonces deduce que el otro lado mide 14 metros.



Calcula el **perímetro** como la suma de cada uno de los lados:

$$P = 11\,m + 11\,m + 14\,m + 14\,m$$
$$P = 50\,m$$

El resultado se lee y significa: **el perímetro es igual a 50 metros**.

Para abreviar esta suma con una multiplicación, se hace de esta forma:

$$P = (11 \times 2) + (14 \times 2)$$
$$P = 22 + 28$$
$$P = 50\,m$$

Y así es como se encuentra el perímetro de cuadrados y rectángulos.

Actividad 1. Dibuja en el recuadro la figura que se te pide y después saca su perímetro o la medida de sus lados, según corresponda. No olvides escribir en el resultado la unidad de medida (cada cuadrito mide un centímetro).

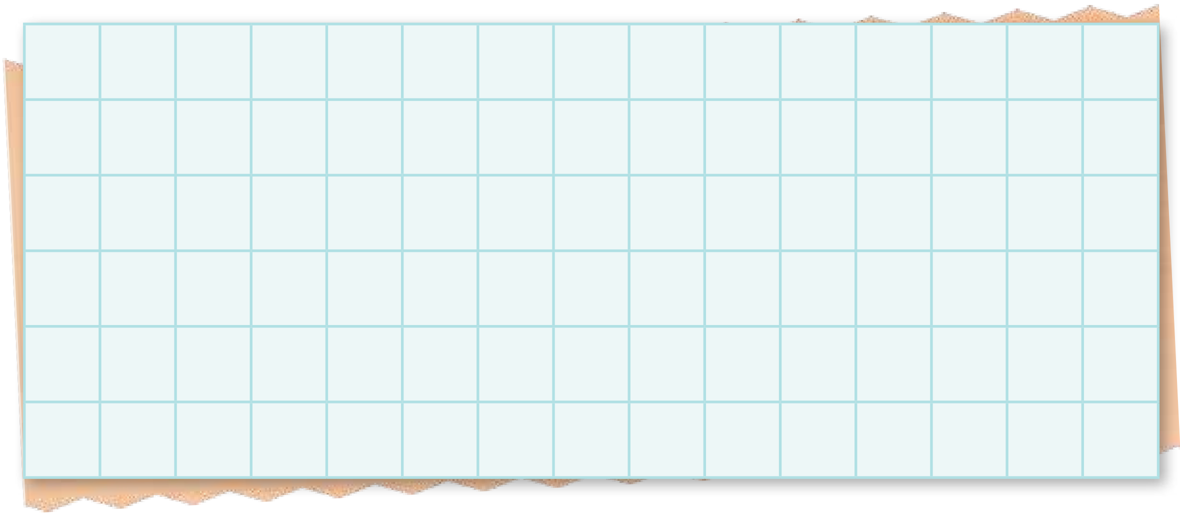
1. Un cuadrado de 2 cm de lado.

Su perímetro es: ______________________________.

2. Un rectángulo que mide 3 centímetros en sus lados más cortos y 7 centímetros en sus lados más largos.

Su perímetro es: ______________________________.

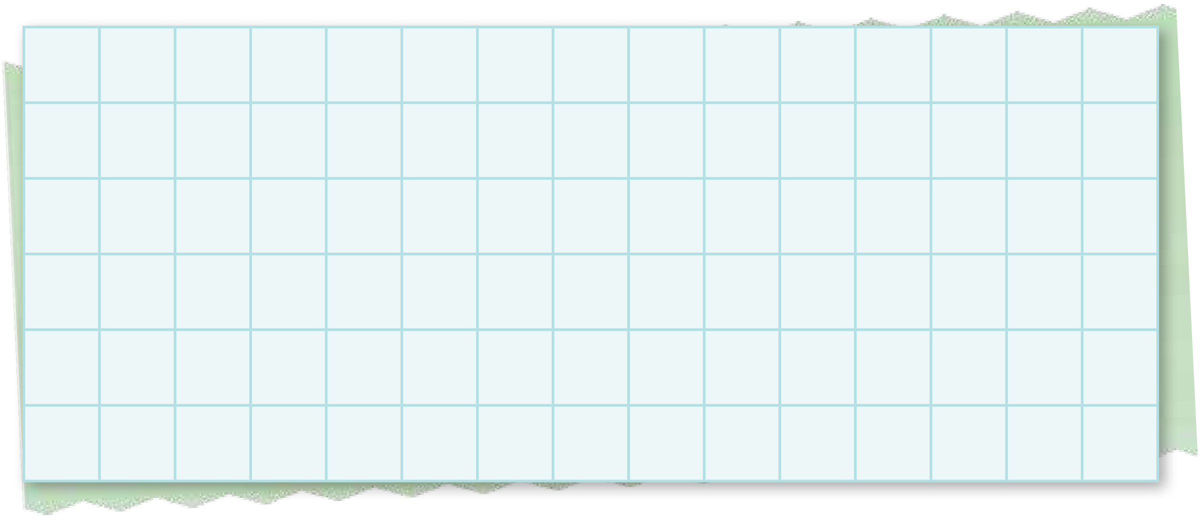
3. Un rectángulo que tiene un perímetro de 28 cm.



Sus lados más cortos miden: ______________________________.

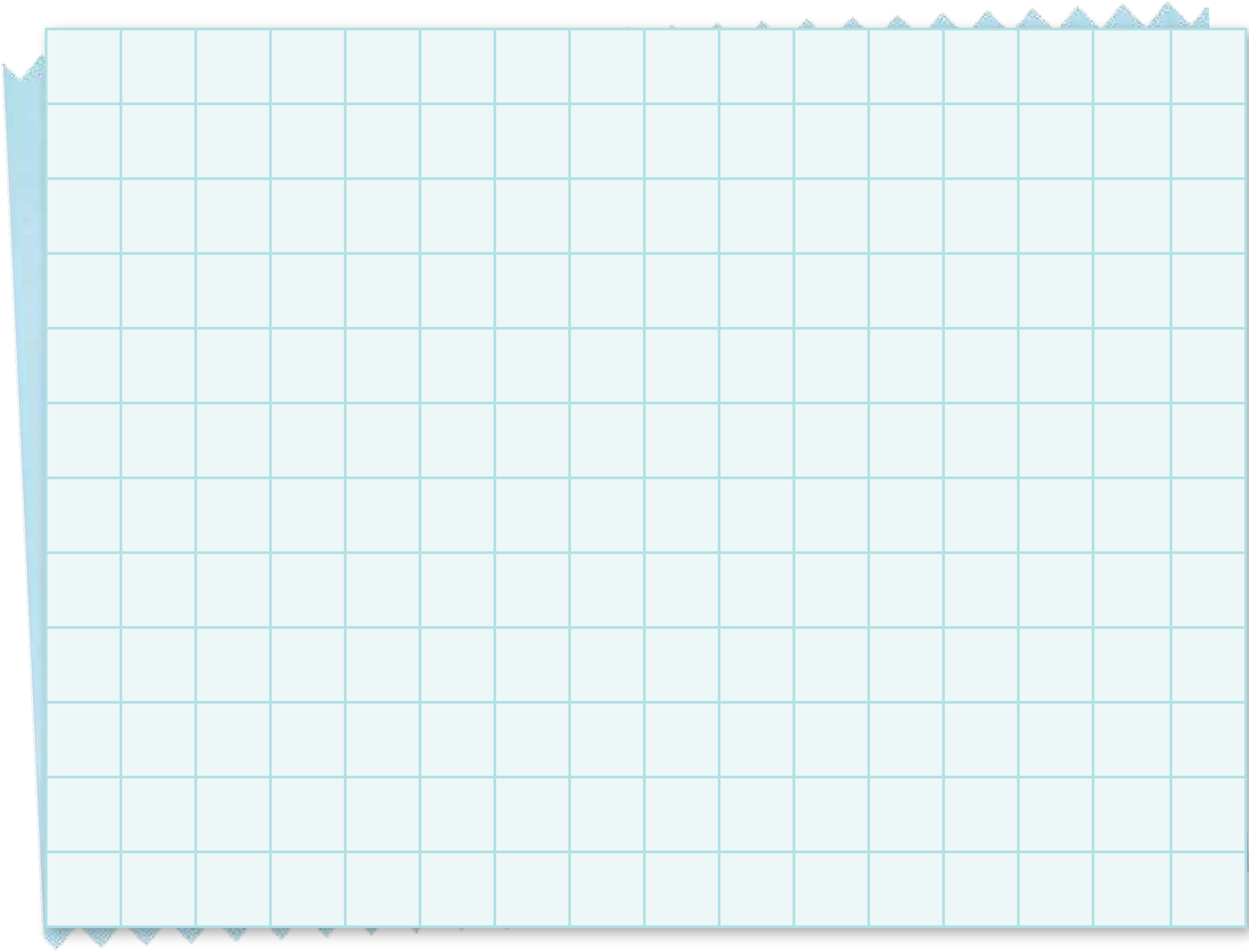
Sus lados más largos miden: ______________________________.

4. Un cuadrado con perímetro de 20 cm.



Cada uno de sus lados mide: ______________________________.

5. Una figura rectangular (rectángulo o cuadrado) con perímetro de 30 cm.



Escribe la medida de sus cuatro lados: ______________________

____.

Tema 2. Área del cuadrado y del rectángulo

CONEXIONES

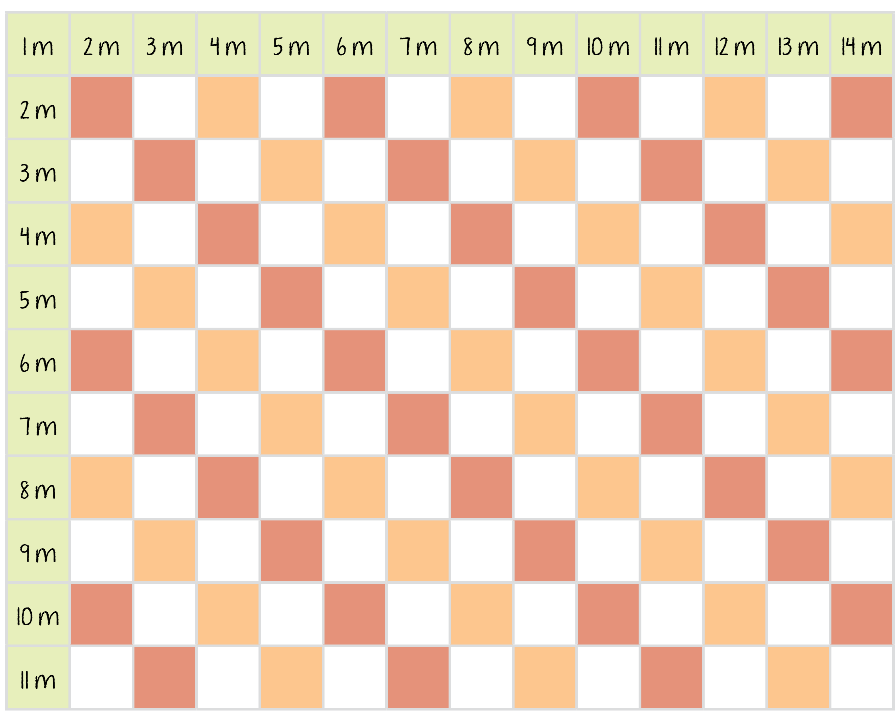
En la secuencia 7 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1* también se define el área de una figura geométrica.

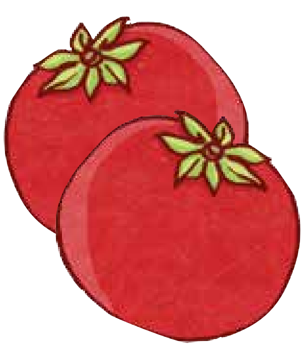
El **área de una figura geométrica es** toda su superficie. Suele medirse en **metros**, **centímetros** y **kilómetros cuadrados**, entre otras unidades.

Para calcular el área de un cuadrado se necesita conocer cuánto mide un lado, mientras que para el rectángulo se requieren las medidas de la base y la altura. El ejemplo que se presenta a continuación explica cómo calcularla.

Ejemplo 1

Gabriela quiere sembrar tomates en su terreno. Para eso, necesita saber cuántos metros cuadrados mide. Como ya conoce las medidas de sus lados (base de 14 m y altura de 11 m), hace este dibujo:





Cada cuadrado representa un metro cuadrado. Si los cuenta, sabrá cuánta superficie tiene su terreno.

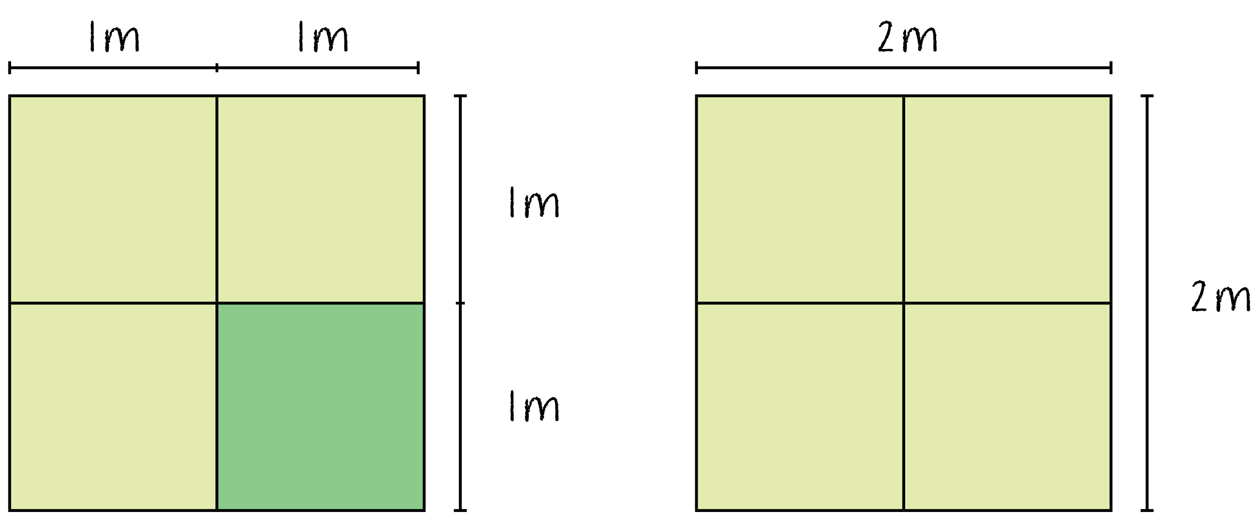
Pero no tiene que contar cuadro por cuadro para saber cuántos metros cuadrados tiene su terreno, porque la multiplicación es una operación que lo hace más fácil.

$$14 \times 11 = 154$$

Entonces, son un total de 154 cuadros. Como el área se mide en unidades cuadradas, **el área del rectángulo es 154 m²**.

Ejemplo 2

En este otro ejemplo se tiene un jardín cuadrado de 2 m de lado. Como son pocos metros, a simple vista puedes ver que en total el jardín tiene un área de 4 m^2.



Se puede dibujar el cuadro dividido en cada cuadrito que represente los metros, o también trazar uno solo y escribir las medidas de sus lados, para que no quede duda, aunque es suficiente con un solo lado, para obtener el área, porque se trata de un cuadrado y todos sus lados miden lo mismo.

Aunque ya se sacó el área contando los cuadritos, vamos a aplicar la fórmula, que indica que el **área de un cuadrado es igual a la multiplicación de dos de sus lados** (representamos el área con una "A" y cada lado con una "l"):

$$A = l \times l$$

Se sustituyen los valores en la fórmula:

$$A = 2m \times 2m$$

$$A = 4m^2$$

Este resultado se lee así: **el área es igual a cuatro metros cuadrados.**

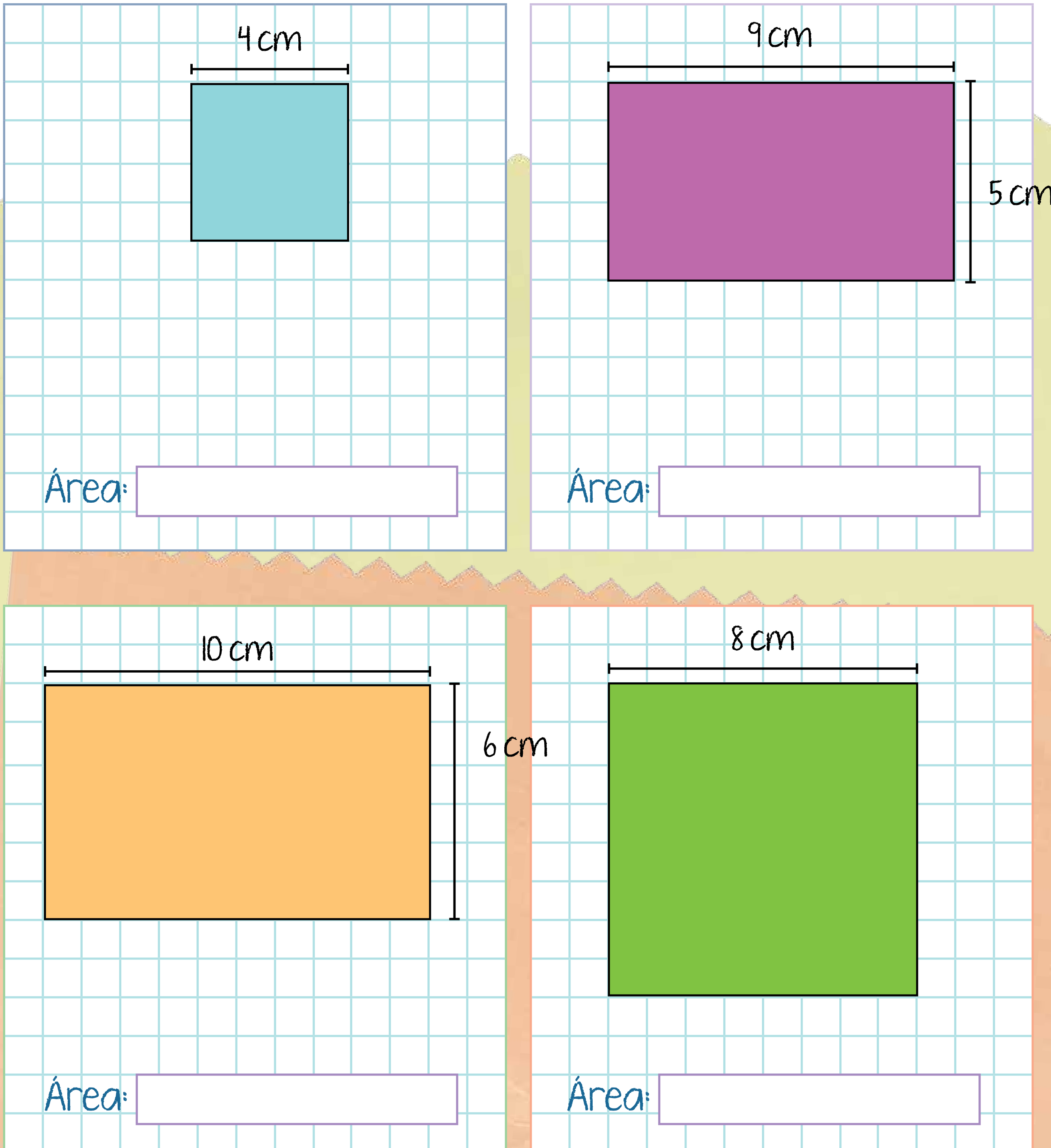
Puedes omitir la unidad de medida de la operación, pero recuerda agregarla elevada al cuadrado en el resultado:

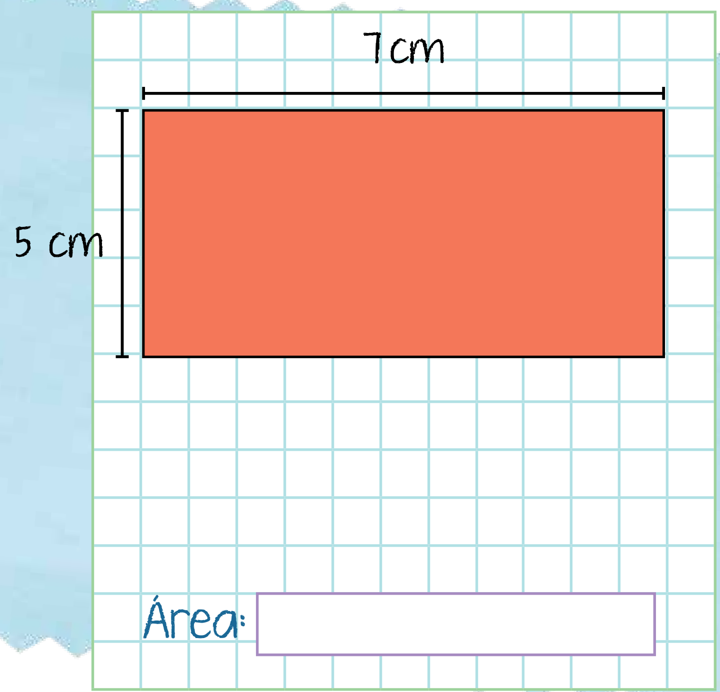
$$A = 2 \times 2$$

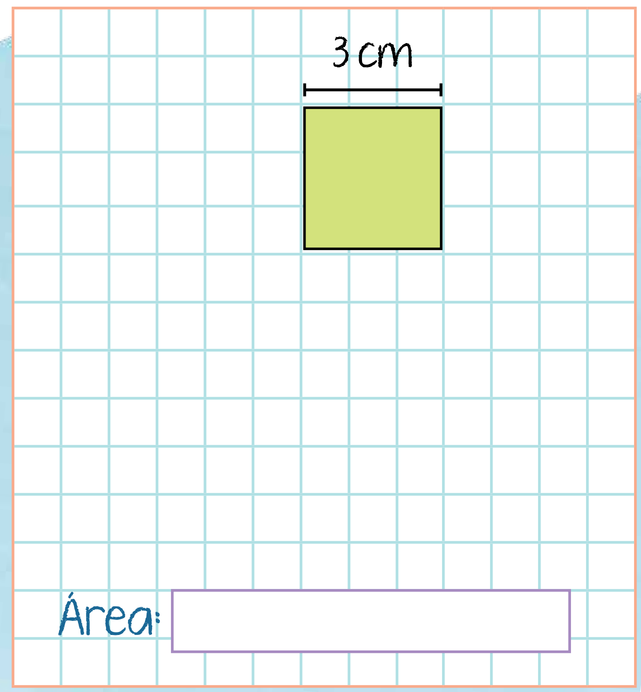
$$A = 4m^2$$

Así es como se calcula el área de rectángulos y cuadrados.

Actividad 2. Calcula el área de las siguientes figuras, escribe las operaciones en el espacio en blanco y anota tu resultado.







PROYECTO

En la secuencia anterior seleccionaste el lugar que representarás en el croquis. Ahora es necesario revisar el camino para llegar, y una forma de hacerlo es recorriéndolo.

a) Organízate con familiares, amistades o personas de tu *Círculo de estudio* para acudir al lugar elegido, revisar el camino y encontrar la mejor ruta posible.

b) Durante el recorrido, toma fotografías con tu celular o anota en una libreta los puntos de referencia más representativos, como árboles, ciertas construcciones (escuela, presidencia municipal, centro de salud, templo, entre otros) que puedan servir para orientar a quien consulte el croquis.

c) Cuenta los pasos hasta el primer **punto de referencia** y anótalos en un cuaderno; comienza desde cero a contar hasta el siguiente punto de referencia y anótalo; así sucesivamente. De esta forma se evitan los números altos y se facilita el conteo.

d) Revisa tus fotografías o apuntes y selecciona los elementos más adecuados para hacer el croquis. Escribe cuáles son.

CÓDIGO COMÚN

Punto de referencia: lugar u objeto que se toma para medir una posición o distancia con respecto de otro.

Tema 3. Problemas con perímetros de cuadrados y rectángulos

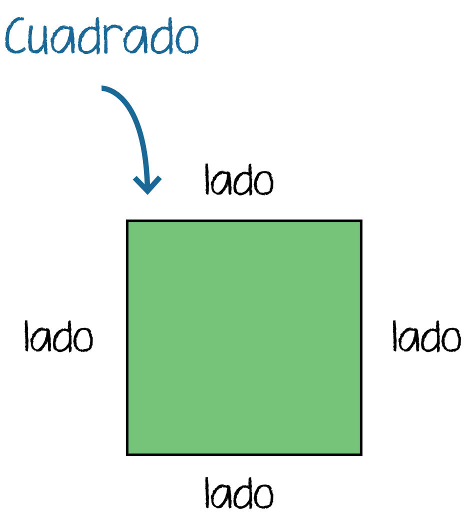
CONEXIONES

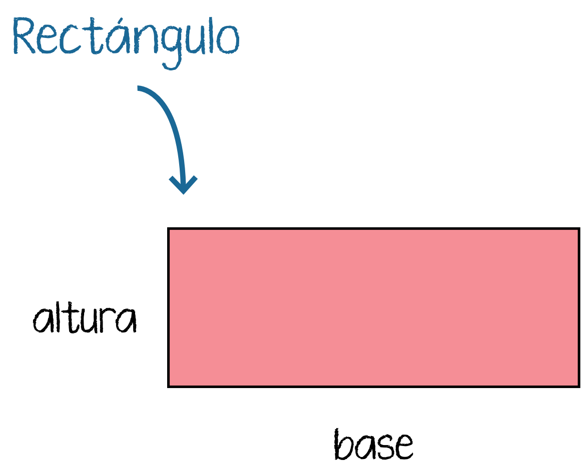
Repasa las propiedades de las operaciones básicas en las secuencias 2, 3 y 4 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

Dar nombre a los lados de las figuras ayuda a identificar de cuál se está hablando en el momento de resolver problemas.

En un **cuadrado**, todos los lados son iguales; por lo tanto, no tienen un nombre especial.

Los lados de un **rectángulo** sí pueden ser nombrados de cierta forma: a los **lados horizontales se les llama base y a los lados verticales, altura**.





Cuando se calcula el **perímetro del rectángulo**, los lados pueden mencionarse como la altura y la base; mientras que, al calcular el **perímetro del cuadrado**, puede hablarse de sus lados.

Perímetro del rectángulo = (2 × base) + (2 × altura)

Perímetro del cuadrado = 4 × lado

Por ejemplo, si el terreno de la casa de Cecilia y Pedro es rectangular porque mide 10 metros de base y 6 de altura, ¿cuál es su perímetro?

Recuerda que la propiedad asociativa permite juntar cantidades y operaciones para entenderlas mejor, y que para resolver un ejercicio con paréntesis se hace primero la operación que se encuentra dentro de ellos y después la o las operaciones que estén afuera.

En este caso:

Datos

base $= 10$ m

altura $= 6$ m

Fórmula

$P = (2 \times \text{base}) + (2 \times \text{altura})$

Sustitución

$P = (2 \times 10\text{ m}) + (2 \times 6\text{ m})$

$P = 20\text{ m} + 12\text{ m}$

$P = 32\text{ m}$

Resultado

$P = 32\text{ m}$

Es importante que agregues en el resultado la unidad con que se está midiendo. A veces utilizamos tabiques, arbustos, varas y otros objetos como unidades para medir los lados de alguna figura, no necesariamente metros, centímetros y las unidades que has aprendido. La condición es que sean iguales.

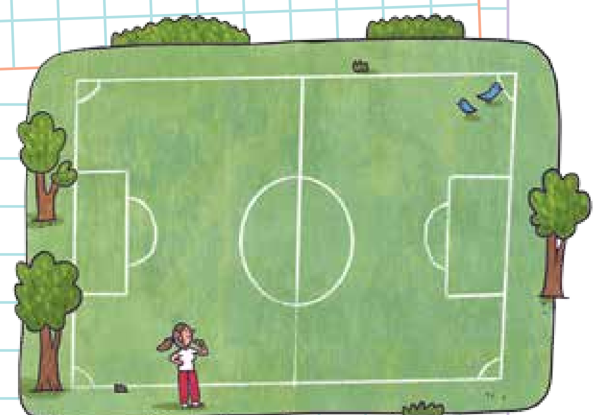
Actividad 3. Calcula la respuesta correcta para cada problema. Te puedes ayudar de las fórmulas o proceder como en los primeros ejemplos de esta secuencia.

Roberto quiere poner arbustos alrededor de su jardín rectangular, excepto en las esquinas. Si caben 15 a lo largo y 6 a lo ancho colocados a la misma distancia, ¿cuántos arbustos necesitará?

Operaciones:

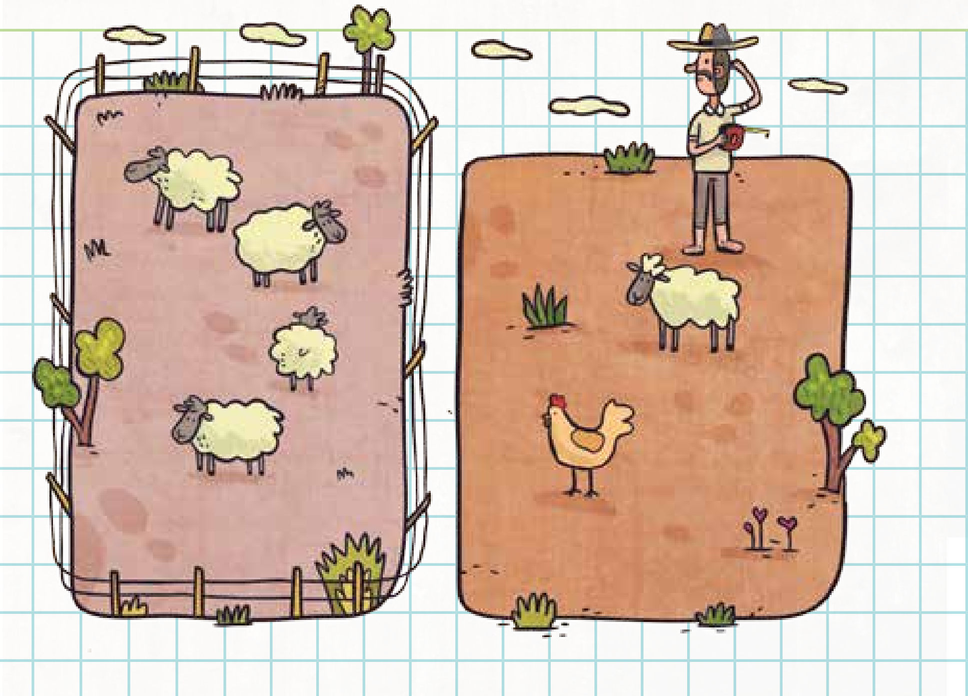
Resultado:

Graciela camina en las mañanas alrededor de una cancha de futbol. Se ha dado cuenta de que los pasos necesarios para recorrer uno de sus lados son 35 y para el otro lado son 113. ¿Cuántos pasos necesita para dar una vuelta completa a la cancha?



Operaciones:

Resultado:



Rafael tiene dos corrales rectangulares, uno con cerca de alambre de 16 metros de largo y 5 metros de ancho y otro sin cercar, de 14 metros de largo y 8 metros de ancho. Quiere quitar la cerca del primero para ponerla en el segundo, pero como no son de la misma medida tendrá que comprar alambre adicional. ¿Cuántos metros más necesita adquirir?

Operaciones:

Resultado:

PROYECTO

Haz un bosquejo del camino hacia el lugar seleccionado, que incluya los puntos de referencia detectados.

Utiliza rectángulos y cuadrados para representar las cuadras y los lugares.

CÓDIGO COMÚN

Inferir: obtener una conclusión tras examinar hechos o situaciones.

Tema 4. Problemas con áreas de cuadrados y rectángulos

Los siguientes pasos te ayudarán a resolver problemas de áreas de cuadrados y rectángulos.

Lee

- **Lee** el problema.
- Observa si te hablan de un cuadrado, un rectángulo o si tú tienes que averiguarlo.

Identifica

- **Identifica** los datos, si te dan la base, la altura o alguno de los datos del cuadrado.

Infiere

- **Infiere**. Si te falta algún dato, pregúntate si lo puedes obtener de acuerdo con lo que has aprendido de las preguntas.

Calcula

- **Calcula** el área, de acuerdo con tus fórmulas.
- Revisa dos veces tu respuesta.

Elige

- **Elige** tu respuesta.
- ¡Lee y reflexiona la retroalimentación, te ayudará a aprender más!

En el tema anterior ya calculaste el perímetro de rectángulos y cuadrados usando fórmulas. Ahora vas a calcular su **área**. Para ello, considera las fórmulas:

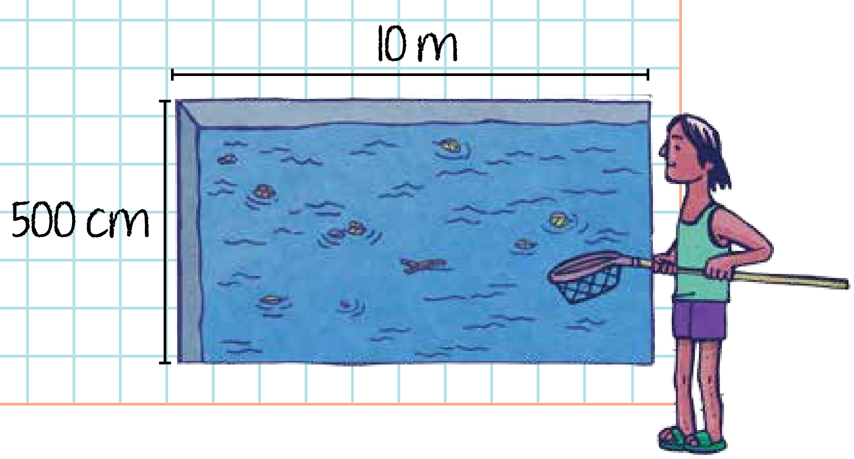
Área del rectángulo = base × altura

Área del cuadrado = lado × lado

Actividad 4. **Lee con atención cada problema, realiza las operaciones en el recuadro y anota tu resultado.**

David tiene que limpiar una piscina cuyo fondo es rectangular, tiene un lado de 500 cm y otro de 10 m. ¿Cuál es el área del fondo de la piscina?

Operaciones:

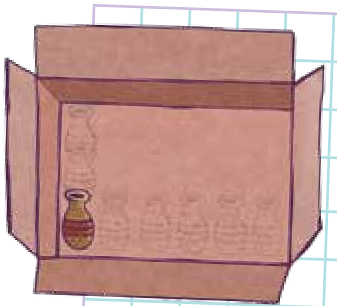


Resultado:

TIC

Para que practiques, busca más ejercicios en internet sobre el área y el perímetro de cuadrados y rectángulos. Te sugerimos visitar este enlace.

https://bit.ly/3IY4O4f



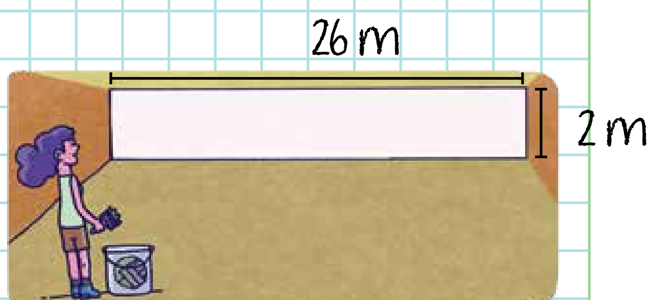
Paola y Jaime elaboran jarrones artesanales y van a enviar varios a una tienda. Si en una caja caben 6 jarrones a lo largo y 3 a lo ancho, ¿con cuántos se llenará la caja?

Operaciones:

Resultado:

Sara quiere pintar una pared rectangular; la altura de dicha pared es de 2 metros y el largo es de 26 metros. Si cada bote de pintura rinde 10 metros cuadrados, ¿cuántos necesita comprar para pintar la pared?

Operaciones:



Área de la pared:

Botes de pintura:

CIERRE

En esta secuencia continuaste con el estudio del espacio y las figuras geométricas; aprendiste a calcular el perímetro y el área de rectángulos y cuadrados, con o sin fórmula, y a resolver problemas con estas características de las figuras geométricas.

Actividad de cierre. **Marca con una paloma ✓ si los enunciados son verdaderos (V) o falsos (F), según corresponda.**

Enunciados	V	F
Si colaboraras en colocar piso de concreto en una *Plaza comunitaria* rectangular, necesitarías calcular su perímetro para saber cuántos metros cuadrados se van a cubrir.		
Si José quiere rodear un corral rectangular con alambre, necesita calcular su perímetro para saber cuántos metros de alambre va a necesitar.		
El corral de José tiene 10 metros de largo y 4 metros de ancho, por lo tanto, su perímetro es $10 \times 4 = 40$ metros.		
El corral de José tiene 10 metros de largo y 4 metros de ancho, por lo tanto, el área es $10 + 10 + 4 + 4 = 28$ metros cuadrados.		
Se puede calcular el área de algunos rectángulos conociendo solamente la medida de un lado.		
Se puede calcular el área de todos los rectángulos sabiendo solamente la medida de un lado.		
Un cuadrado de 5 cm por lado tiene menor área que un rectángulo de 7 cm de largo y 4 cm de ancho.		

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Recorrí la ruta hacia el sitio que se representará en el croquis.	
Seleccioné los elementos que tendrá el croquis.	
Elaboré un boceto del croquis.	

Secuencia

7

Perímetro y área del triángulo y del círculo

Esta secuencia se enfoca en el cálculo del perímetro y área de triángulos y círculos, así que reconocerás las fórmulas adecuadas para ello y revisarás cómo resolver problemas relacionados con estas mediciones.

PROYECTO

También continuarás con el proyecto *Croquis de un sitio destacado en mi comunidad*. Te sugerimos que te organices con tus familiares, amistades o personas del *Círculo de estudio* para realizar las actividades que se plantean para esta secuencia:

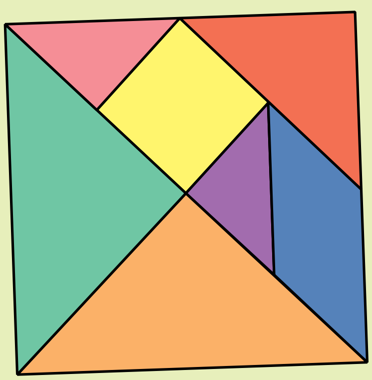
- Cálculo de las distancias aproximadas entre los elementos del croquis.
- Elaboración de un boceto con ajuste de distancias.

El ícono **PROYECTO** diferencia las actividades del proyecto de las actividades de cada tema de la secuencia.

INICIO

Actividad de inicio. Revisa tus conocimientos previos y refuerza tus destrezas.

Un tangram es un juguete tradicional de China; se compone de un cuadrado formado por siete piezas que pueden separarse y unirse para crear diferentes formas.



a) Sigue las instrucciones del recortable 1.

b) Con las figuras recortadas forma algunos polígonos y dibuja el que más te guste en el recuadro.

TIC

Juega con el tangram en este enlace: https://bit.ly/3Pen6kH

RECORTABLE 1

- Recorta las figuras que se muestran a continuación y sepáralas de acuerdo con su numeración. Si deseas, puedes enmicarlas para que no se maltraten.

Figura 1

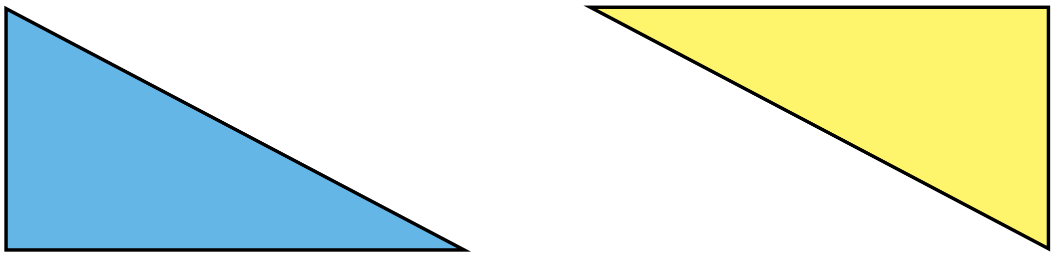


Figura 2

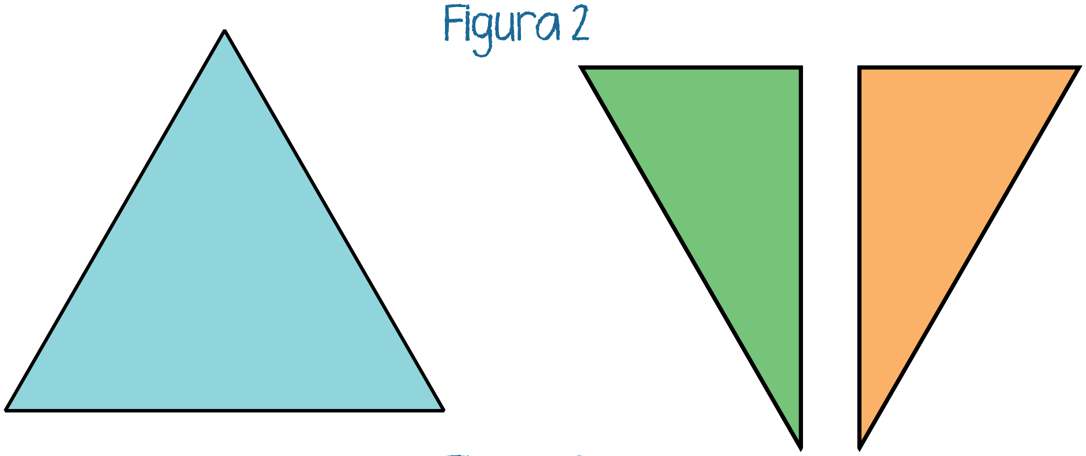
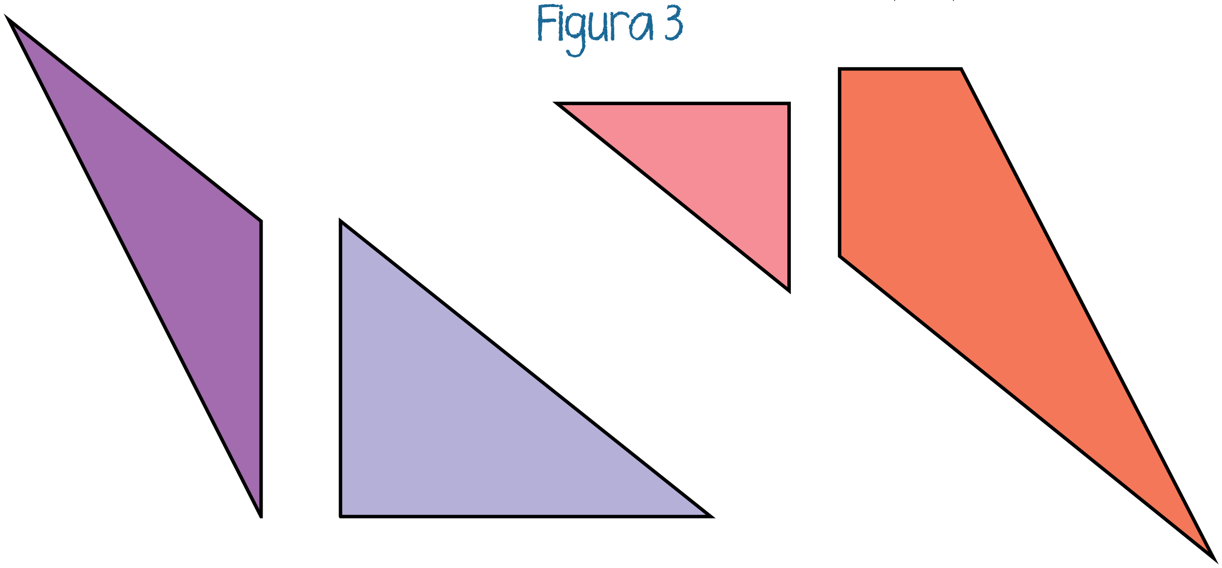


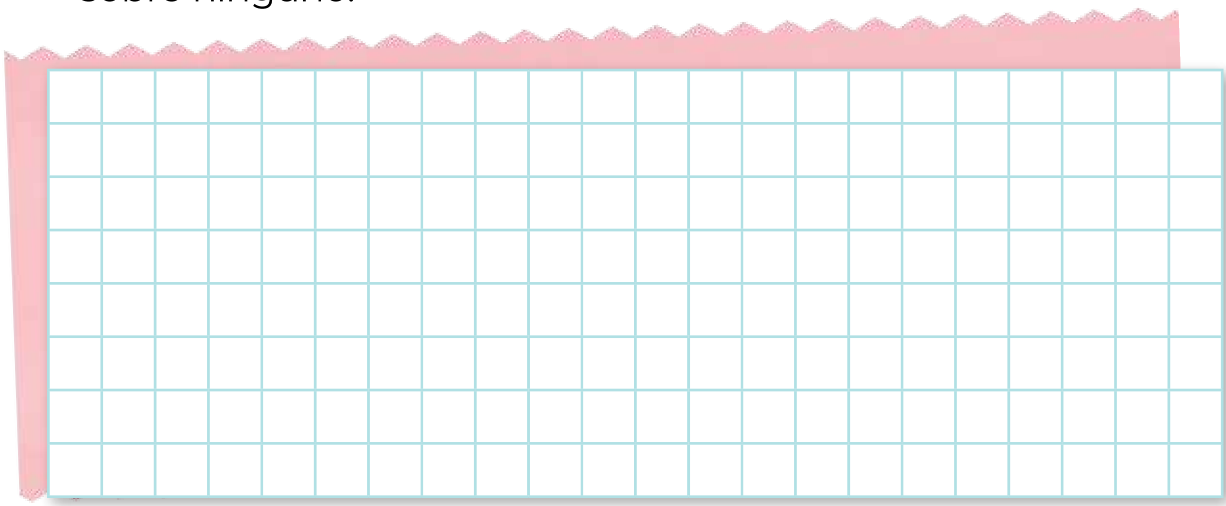
Figura 3



- Con las figuras señaladas con el número 1, forma un rectángulo.

- Forma otro rectángulo, ahora con las piezas correspondientes al número 2.

- Utiliza las figuras señaladas con el número 3 para formar un rectángulo. Toma como base el triángulo **lila** y completa el rectángulo con los triángulos restantes, de modo que no te sobre ninguno.



c) Revisa las figuras que formaste, lee los enunciados y marca con una paloma ✓ si son verdaderos (V) o falsos (F).

Enunciados	V	F
Los triángulos de la figura 1 son distintos.		
La base y la altura del rectángulo de la figura 1 son las mismas que la de uno de los dos triángulos.		
Para formar el rectángulo de la figura 2, colocaste el triángulo azul en el centro y completaste los huecos con los otros triángulos.		
La base y la altura del rectángulo 2 son las mismas que las del triángulo verde.		
Las piezas para armar la figura 3 son dos triángulos idénticos formados, a su vez, por dos triángulos cada uno.		
Con un triángulo, siempre es posible formar un rectángulo que tenga el doble de área, su misma base y altura.		

DESARROLLO

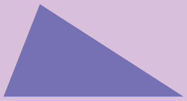
Tema 1. Cálculo del perímetro de triángulos

Ya sabes que para calcular el perímetro solo tienes que conocer la longitud de cada uno de los lados de una figura y después sumarlos. Lee ahora cómo calcular el perímetro de triángulos y círculos.

Se tienen tres tipos de triángulo, de acuerdo con el tamaño de sus lados:

Triángulo equilátero, con todos sus lados iguales.

Triángulo isósceles, que tiene dos lados iguales y uno diferente.

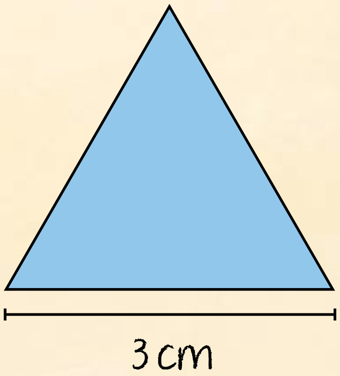


Triángulo escaleno, en el que todos sus lados son distintos.

CONEXIONES

Repasa la secuencia 7 de la unidad 2 de *Pensamiento matemático 1*, donde se estudian las propiedades de los triángulos.

Si se tiene un **triángulo equilátero** y se sabe que uno de sus lados mide 3 cm, es posible calcular el perímetro porque al conocer la medida de un lado, conoces la medida de todos.



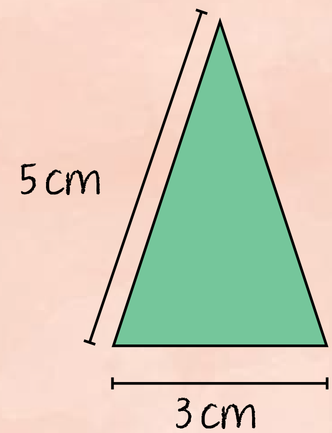
De esta forma:

$$P = 3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm}$$

$$P = 9\text{ cm}$$

Por lo tanto, para calcular el perímetro de un triángulo equilátero solo es necesario conocer un lado, ya que todos miden lo mismo.

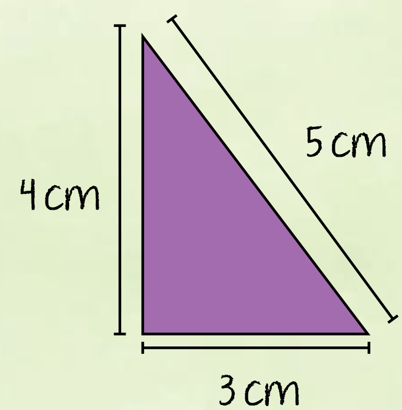
Observa el siguiente **triángulo isósceles**. Solo se conoce que el lado de abajo o de la base mide 3 cm y el lado izquierdo mide 5 cm.



En un triángulo isósceles, como tiene dos lados iguales y uno distinto, con conocer dos medidas puedes encontrar la longitud del lado que falta. Entonces, el perímetro es:

$$P = 3\text{ cm} + 5\text{ cm} + 5\text{ cm}$$
$$P = 13\text{ cm}$$

En el **triángulo escaleno** todos sus lados son diferentes.



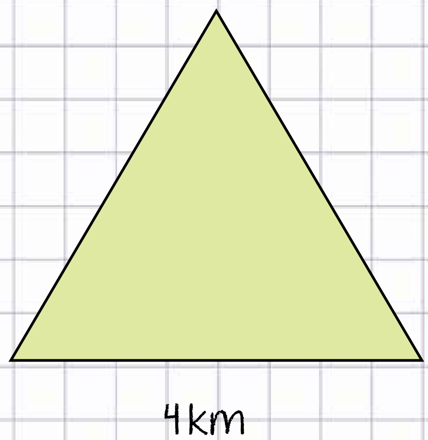
Ya sabes que para calcular su perímetro necesitas conocer cuánto mide cada uno de sus lados. Hay otra manera de calcularlo, pero eso lo aprenderás en otro módulo.

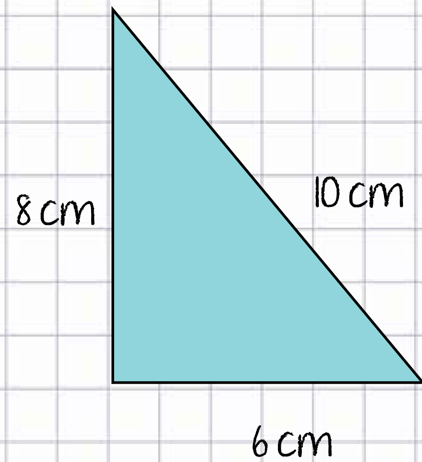
Los lados de este **triángulo escaleno** miden 3 cm, 4 cm y 5 cm. Como sabes la medida de sus lados, puedes calcular el perímetro mediante una suma:

$$P = 3\text{ cm} + 4\text{ cm} + 5\text{ cm}$$
$$P = 12\text{ cm}$$

Actividad 1. Refuerza tus conocimientos haciendo lo que se te pide.

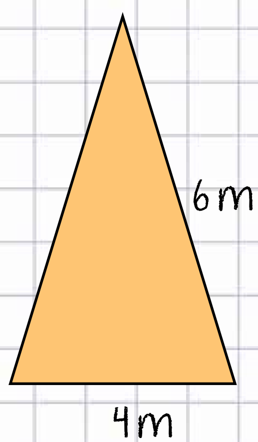
- Encuentra el perímetro de cada triángulo y escríbelo en el recuadro. Recuerda incluir la unidad de medida.

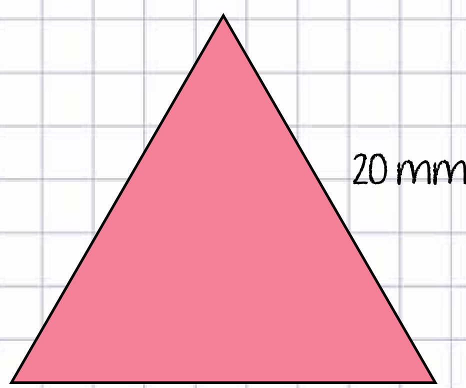




P =

P =





P =

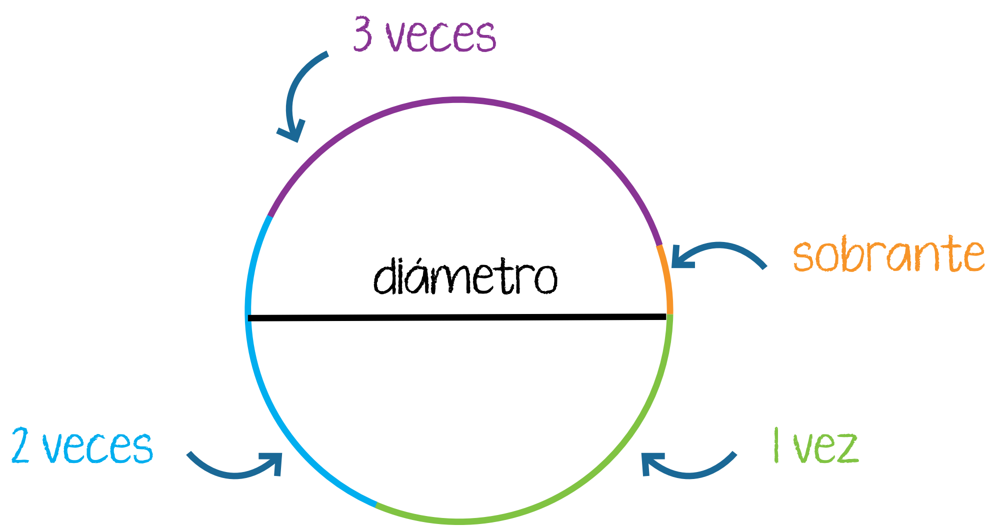
P =

Tema 2. Cálculo del perímetro de círculos

CONEXIONES

En la secuencia 8 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1* se reconocen las propiedades del círculo y su relación con el número π.

Ahora vas a calcular el perímetro de un círculo. Pero antes es necesario hacer un pequeño repaso: ¿recuerdas que la constante π está definida como el número de veces que es posible colocar el **diámetro** en el **perímetro**?



La constante **π** (pi) está dada por:

$$\pi = \frac{\text{perímetro del círculo}}{\text{diámetro del círculo}} = 3.14159265359...$$

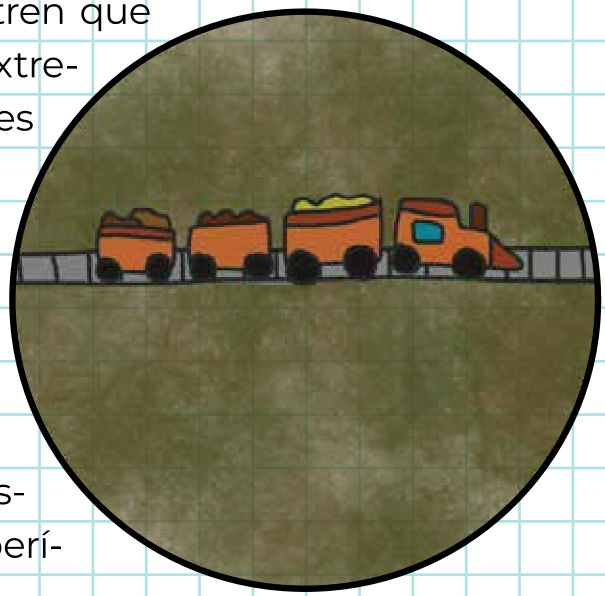
Como **π** tiene infinidad de cifras decimales, no se puede escribir todo el valor completo del número; entonces, **se abrevia como 3.1416.**

Ahora que ya reconociste el número π y la proporción perímetro-diámetro del círculo, observa la siguiente fórmula para calcular el perímetro:

$$P = \pi \times \text{diámetro}$$

Esta relación indica que es posible conocer el perímetro del círculo si se conoce su diámetro. Lee el siguiente ejemplo.

La presidenta de un país circular quiere conocer la longitud de la frontera de su país. Toda la información que tiene es la medida de las vías de un tren que pasa por el centro y va de extremo a extremo, misma que es de 330 km.



Lo que la presidenta está buscando es el perímetro de un círculo cuyo diámetro es 330 km y se tiene toda la información para calcularlo. Sustituyendo en la fórmula de perímetro del círculo:

$$P = \pi \times \text{diámetro}$$

$$P = 3.1416 \times 330 \text{ km}$$

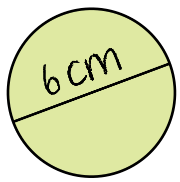
$$P = 1\,036.728$$

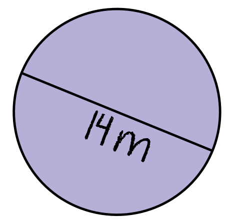
Por lo tanto, la frontera del país circular es de

1 036.728 kilómetros.

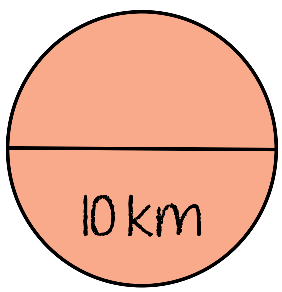
Actividad 2. De acuerdo con lo visto acerca del perímetro del círculo, realiza lo que se te pide.

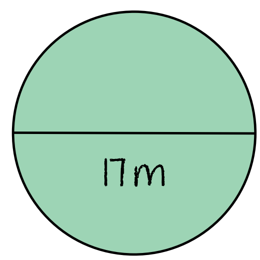
a) Encuentra el perímetro de cada círculo y escríbelo en el recuadro. Recuerda incluir la unidad de medida.





$P =$ ____________________ $P =$ ____________________





$P =$ ____________________ $P =$ ____________________

b) Responde las preguntas y explica con tus palabras.

1. ¿Cuál es el valor de π que se utiliza para hacer operaciones?

____

____

____

2. ¿Cuál es el diámetro de un círculo?

____

____

____

PROYECTO

En esta secuencia realizarás algunas mediciones de las distancias aproximadas entre los elementos de tu croquis, de acuerdo con estas instrucciones:

a) Anota en este espacio los pasos que mediste y de dónde a dónde corresponden, como se muestra en el ejemplo, hasta llegar al sitito de interés.

Comienzo	Fin	Pasos
De mi casa	A la plaza	200 pasos
De la plaza	A...	

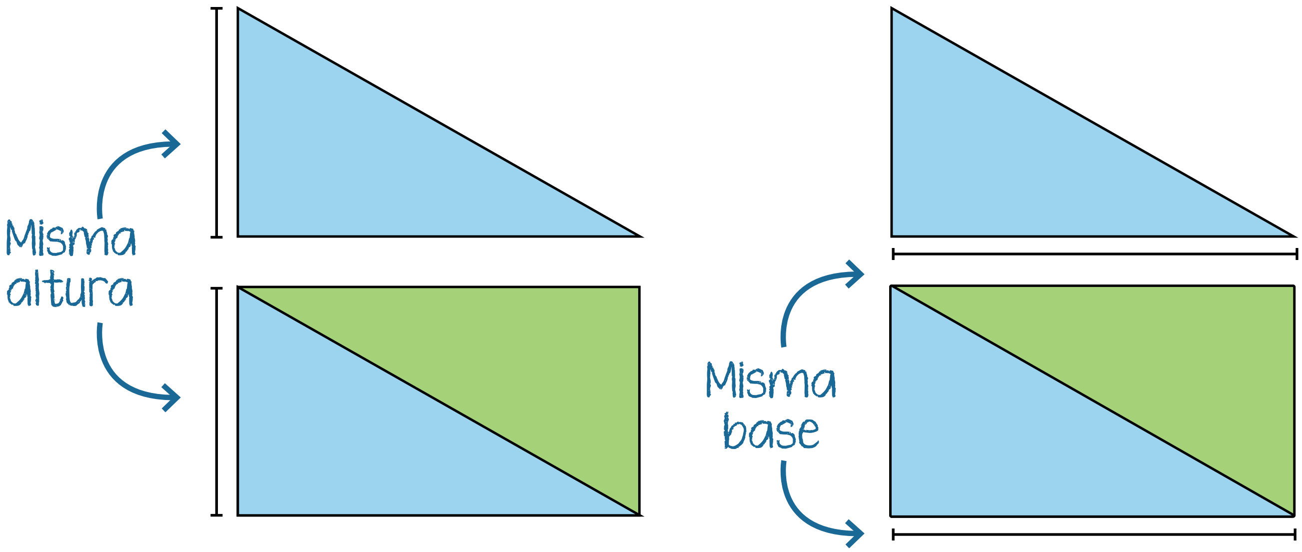
b) Suma cada conteo parcial, es decir, los pasos que diste en cada parte que recorriste y obtendrás el total de pasos.

Total de pasos: ____________________

Ya cuentas con la medida aproximada de las distancias entre los elementos del croquis.

Tema 3. Cálculo del área del triángulo

Durante la **actividad del *tangram*** notaste que si un rectángulo y un triángulo tienen la misma base y altura, entonces el triángulo tiene la mitad de área que el rectángulo.



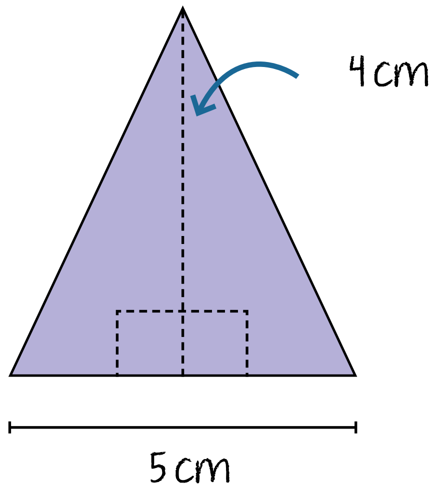
Además, en la secuencia anterior aprendiste que el área del rectángulo está dada por:

$$A = \text{base} \times \text{altura}$$

De modo que, como el área de un triángulo es la mitad del área de un rectángulo, basta agregar a la fórmula una división entre dos para tener la fórmula del **área del triángulo**.

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

Observa este ejemplo con un triángulo acutángulo. Recuerda que un triángulo acutángulo es aquel cuyos ángulos interiores son menores de 90°.



CONEXIONES

En la secuencia 6 de la unidad 2 de este módulo, revisaste la clasificación de triángulos de acuerdo con la medida de sus ángulos.

Tienes que:

Base = 5 cm
Altura = 4 cm

Sustituyendo:

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{5\,\text{cm} \times 4\,\text{cm}}{2}$$

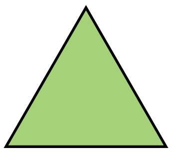
$$A = 10\,\text{cm}^2$$

Como se vio para el área de cuadrados y rectángulos, cuando se multiplican los lados entre sí, los centímetros (cm) se convierten en centímetros cuadrados (cm^2).

Actividad 3. Pon en práctica lo aprendido.

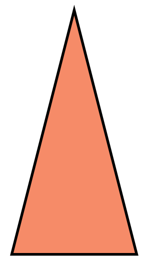
- Calcula el área de los triángulos y anota tu resultado en el recuadro. Recuerda escribir la unidad de medida correspondiente.

Base: 23 cm | Altura: 32 cm



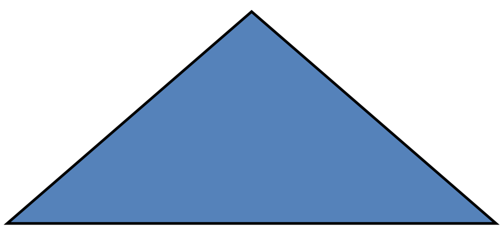
A = ______________________

Base: 12 cm | Altura: 35 cm



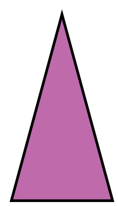
A = ______________________

Base: 40 m | Altura: 28 m



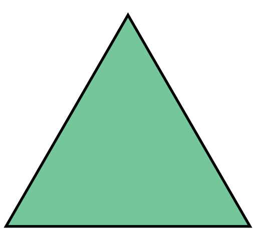
A = ______________________

Base: 10 cm | Altura: 22 cm



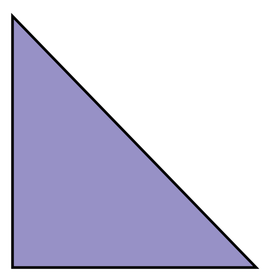
A = ______________________

Base: 38 cm | Altura: 38 cm



A = ______________________

Base: 23.5 cm | Altura: 17.2 cm



A = ______________________

Tema 4. Cálculo del área del círculo

Calcula ahora el **área de un círculo** con la siguiente fórmula:

$$A = \pi \times \text{radio} \times \text{radio}$$

Otra vez te servirá la constante π. Al reemplazar π por 3.1416, tenemos:

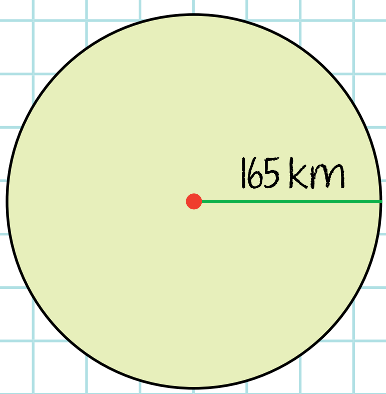
$$A = 3.1426 \times \text{radio} \times \text{radio}$$

Esta fórmula indica que puedes calcular el área del círculo si conoces su radio. Sigamos con el mismo ejemplo.

Ahora, la presidenta del país circular quiere saber cuántos kilómetros cuadrados tiene su territorio.

La información que tiene es que el diámetro del país es de **330 km**. Sin embargo, para obtener el área del círculo, necesita conocer su radio, no el diámetro.

Recuerda que el radio es la mitad del diámetro; como 330 entre 2 es igual a **165**, el radio del país circular es de 165 km.



Ahora sí, como ya se conoce el valor del radio es posible sustituir los valores en la fórmula del área:

$$A = \pi \times \text{radio} \times \text{radio}$$

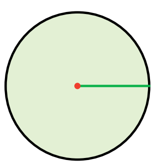
$$A = 3.1416 \times 165 \text{ km} \times 165 \text{ km} = 85\,530.06 \text{ km}^2$$

Por lo tanto, hay un poco más de 85 530 kilómetros cuadrados en el país circular.

Actividad 4. **Pon en práctica lo aprendido.**

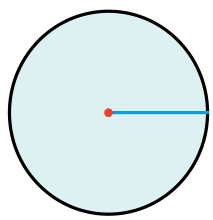
- Calcula el área de los círculos y anota tu resultado. Recuerda escribir la unidad de medida correspondiente.

Radio: 12 cm



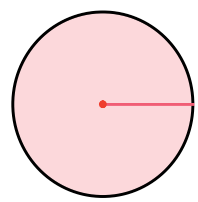
$A =$ ____________________

Radio: 7 km



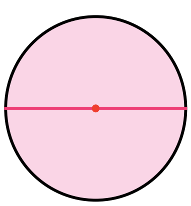
$A =$ ____________________

Radio: 36 m



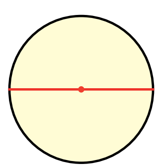
$A =$ ____________________

Diámetro: 36 m



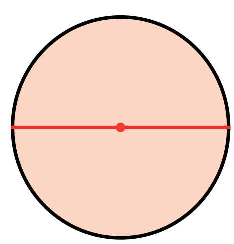
$A =$ ____________________

Diámetro: 15.4 cm



$A =$ ____________________

Diámetro: 60 cm



$A =$ ____________________

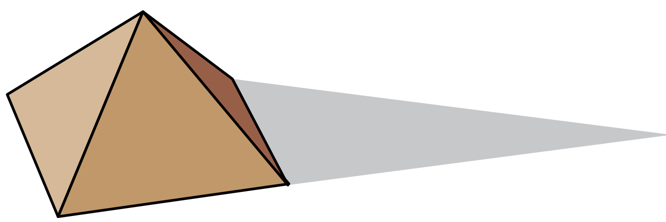
Tema 5. Problemas con perímetros y áreas de triángulos

Lee con atención los siguientes ejemplos sobre resolución de problemas relacionados con triángulos; el primero con el **perímetro** y el segundo con el **área**. Trata de leer cuidadosamente el problema, observar los dibujos y seguir los pasos para resolverlos.

CONEXIONES

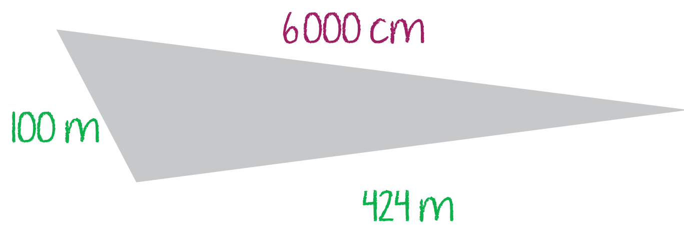
Revisa los pasos sugeridos para resolver problemas en la secuencia 7 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

Ejemplo de problemas con perímetro de triángulos



Una pirámide dejó una sombra triangular al atardecer. Calcula el perímetro de la sombra si tiene forma de triángulo escaleno, con lados 424 m, 100 m y 6 000 cm.

Datos del problema:



Revisa los datos. Observa que la medida de uno de sus lados está en centímetros y las otras dos en metros.

Cuando esto sucede, se tiene que hacer una conversión porque todos los lados tienen que medirse con las mismas unidades para hacer las operaciones.

CONEXIONES

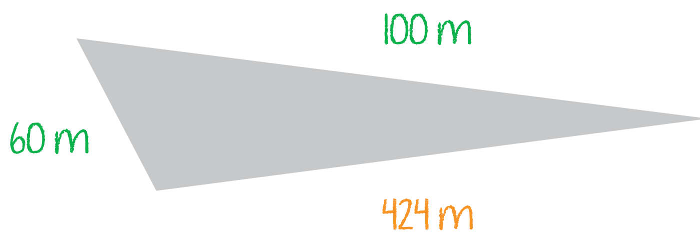
Repasa las conversiones de medidas del sistema métrico decimal en la secuencia 5 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1*.

En este caso, convierte los 6 000 centímetros a metros.

$$6000 \div 100 = 60$$

6000 cm equivalen a 60 m.

Conversión:



Ahora sí se puede aplicar la fórmula:

$$P = 424\text{ m} + 100\text{ m} + 60\text{ m}$$

$$P = 584\text{ m}$$

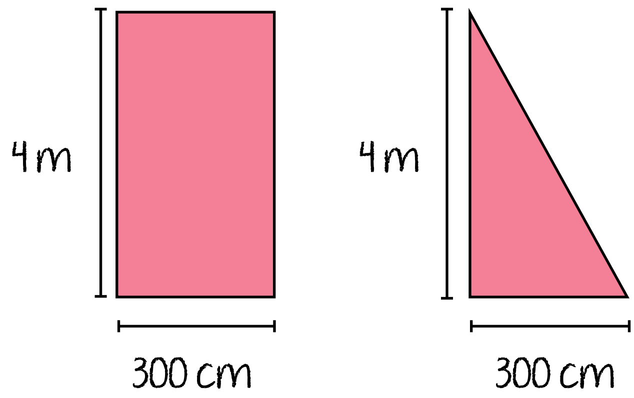
El perímetro de la sombra de la pirámide **mide 584 metros.**

Nota que todos los sumandos y el resultado ya tienen las mismas unidades.

Ahora lee con atención el ejemplo de resolución de problemas relacionados con el **área de un triángulo**.

Ejemplo de problemas con área de triángulos

Un rectángulo de base 300 cm y altura de 4 m se dobla por la mitad y forma un triángulo rectángulo. ¿Cuál es el área del nuevo triángulo?



Datos del problema:

Altura: 4 m

Base: 300 cm

Recuerda que el **triángulo rectángulo es el único tipo de triángulo que tiene un lado que mide lo mismo que su altura.**

Observa que en este problema sucede lo mismo que con el problema anterior: las unidades de medida de cada lado son distintas.

Por lo tanto, es necesario convertir los 300 centímetros a metros. Para ello, esta medida se divide entre 100:

$$300 \div 100 = 3$$

300 cm equivalen a 3 m.

Ahora sí puede sustituirse en la fórmula.

Fórmula: $A = \dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$

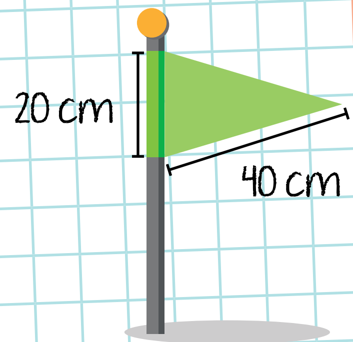
Operación: $A = \dfrac{3 \times 4}{2} = 6\ m^2$

El área del nuevo triángulo es de $6\ m^2$.

Actividad 5. **Pon en práctica la resolución de problemas.**

- Lee los problemas, plantea las operaciones y resuélvelas. Anota el resultado en el recuadro.

Rafael quiere hacer una bandera en forma de triángulo isósceles, donde el lado que une a la bandera con su asta o palo es distinto a los otros dos y mide 20 cm. En las orillas de la bandera quiere colocar un recubrimiento para que no se maltrate. Si uno de los lados que no está sujeto al asta mide 40 cm, ¿cuál es la longitud del recubrimiento que usará?



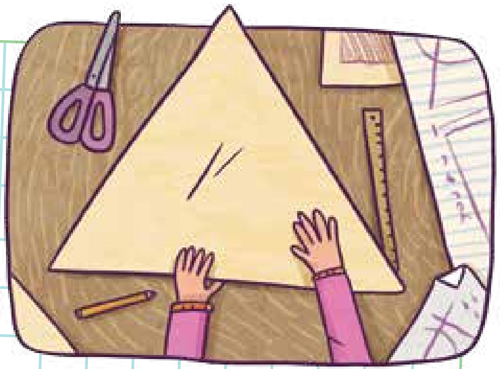
Procedimiento:

Resultado:

Xóchitl tiene un papalote triangular y quiere decorar sus orillas con un listón rojo. Si cada lado del papalote mide 40 cm, ¿cuánto listón rojo necesita Xóchitl?

Procedimiento:

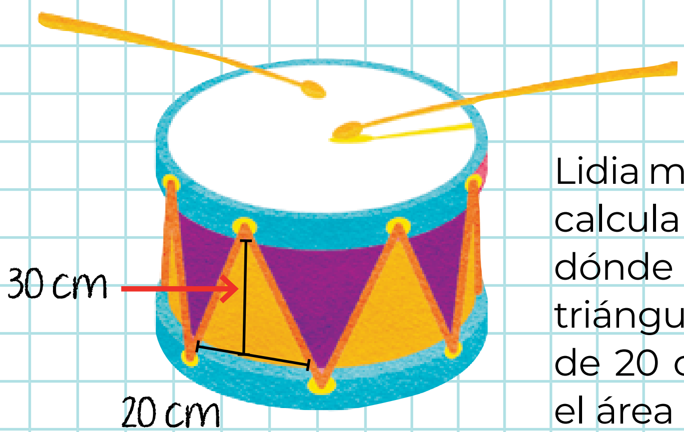
Resultado:



¿Cuál es el área de una hoja en forma de triángulo con base de 50 cm y altura de 60 cm?

Procedimiento:

Resultado:



Lidia mira de frente su tambor y quiere calcular el área de esta parte, para ver dónde puede guardarlo. Si todos los triángulos son iguales y tienen base de 20 cm y altura de 30 cm, ¿cuál es el área de esta parte que se muestra?

Procedimiento:

Resultado:

PROYECTO

a) Examina el bosquejo que hiciste en la secuencia anterior y realiza las adecuaciones para que sea más o menos a escala de acuerdo con la medida de pasos para llegar.

- Recuerda que un croquis no es exacto como un plano o un mapa, pero sí se respetan las proporciones y ayuda a quien lo interpreta el que las distancias sean similares. Guíate por la cuadrícula.

b) Marca las medidas en pasos que tomaste, aunque sea de forma aproximada.

c) Incluye los puntos de referencia para que sea más fácil llegar. Agrega también nombres de calles, avenidas, carreteras y plazas.

¡Ya tienes un boceto de tu croquis! Revísalo con otras personas de tu comunidad, familiares y amistades, escucha sus observaciones y propuestas para enriquecerlo y haz las modificaciones respectivas.

Tema 6. Problemas con perímetros y áreas de círculos

Lee con atención los ejemplos de resolución de problemas relacionados con el **perímetro** y el **área** de círculos.

TIC

Para que practiques, busca más ejercicios en internet sobre el área y el perímetro del círculo. Te sugerimos visitar este enlace. https://bit.ly/3S2oAzk

Ejemplo de problema con perímetro de círculo

Una gimnasta tiene un aro. Si su brazo mide 60 centímetros y pasa exactamente por el diámetro del aro, ¿cuál es la longitud de este último?

Datos del problema: **Diámetro: 60 cm**

Fórmula:

$$P = \pi \times \text{diámetro}$$

Operación:

$$P = 3.1416 \times 60 \text{ cm}$$

Resultado:

$$P = 188.496 \text{ cm}$$

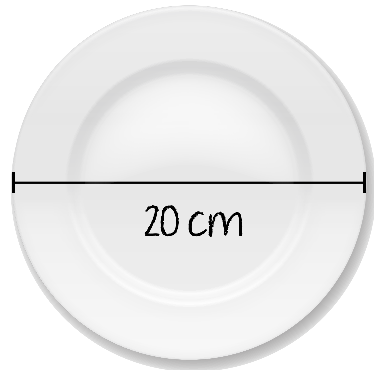
La longitud del aro es de 188.496 cm.

Nota que tanto el diámetro del aro como el resultado tienen la misma unidad de medida (centímetros).

Lee con atención los ejemplos siguientes acerca de resolución de problemas sobre el **área** de las figuras estudiadas en esta secuencia.

Ejemplo de problemas con el área del círculo

Los platos de la cocina de don Jorge son circulares. Para saber cuánta comida les cabe, necesita calcular su área.



Datos del problema: Diámetro: 20 cm

En la fórmula para obtener el área del círculo se pide el radio. Si solo se cuenta con el diámetro, entonces es necesario calcularlo.

Fórmula:

$$\text{Radio} = \frac{\text{diámetro}}{2}$$

$$\text{Radio} = \frac{20}{2} = 10$$

El radio mide 10 cm.

Una vez calculado el radio, se sustituye su valor en la fórmula y se hace la operación.

Operación:

$$A = \pi \times \text{radio} \times \text{radio}$$

$$A = 3.1416 \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 314.16\text{ cm}^2$$

El área de cada plato de don Jorge es 314.16 cm²

Recuerda que la unidad de medida del área tiene que estar elevada al cuadrado.

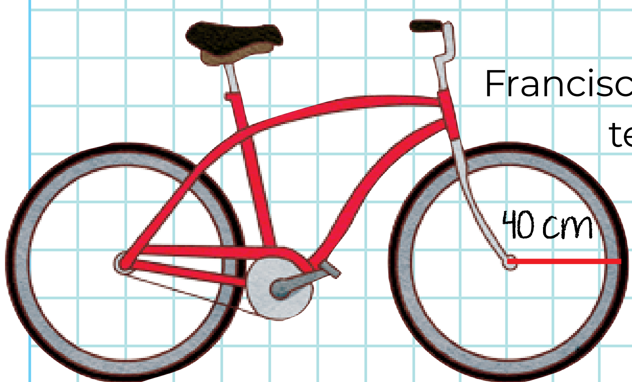
Actividad 6. Pon a prueba tus conocimientos sobre la resolución de problemas sobre perímetros y áreas.

Lee el problema, resuélvelo y anota tu resultado en el recuadro.

Margarita corre todas las mañanas alrededor de una laguna circular. Si el diámetro de la laguna mide 8 m y ella da una vuelta entera, ¿cuántos metros corre diariamente?

Procedimiento:

Resultado:



Francisco se preocupa por el medio ambiente. Para transportarse, usa una bicicleta que tiene una llanta de 40 cm de radio. Si recorrió 251 328 metros con su bicicleta, ¿cuántas vueltas dio la llanta de su bicicleta?

Procedimiento:

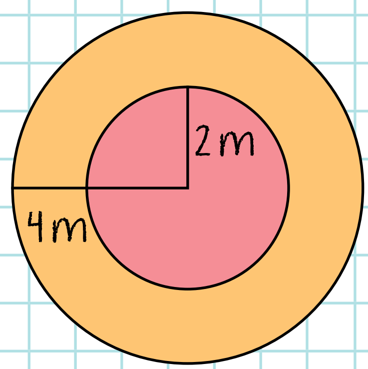
Resultado:

Fabián tiene tres piedras redondas y planas, una con radio de 1 cm, otra con radio de 2 cm y la última con radio de 3 cm. ¿cuál es el área de cada una?

Procedimiento:

Resultado:

Camila ha pintado un círculo amarillo con radio de 4 m y dentro, un círculo rosa con radio de 2 m. El área de la parte con forma de llanta amarilla es:



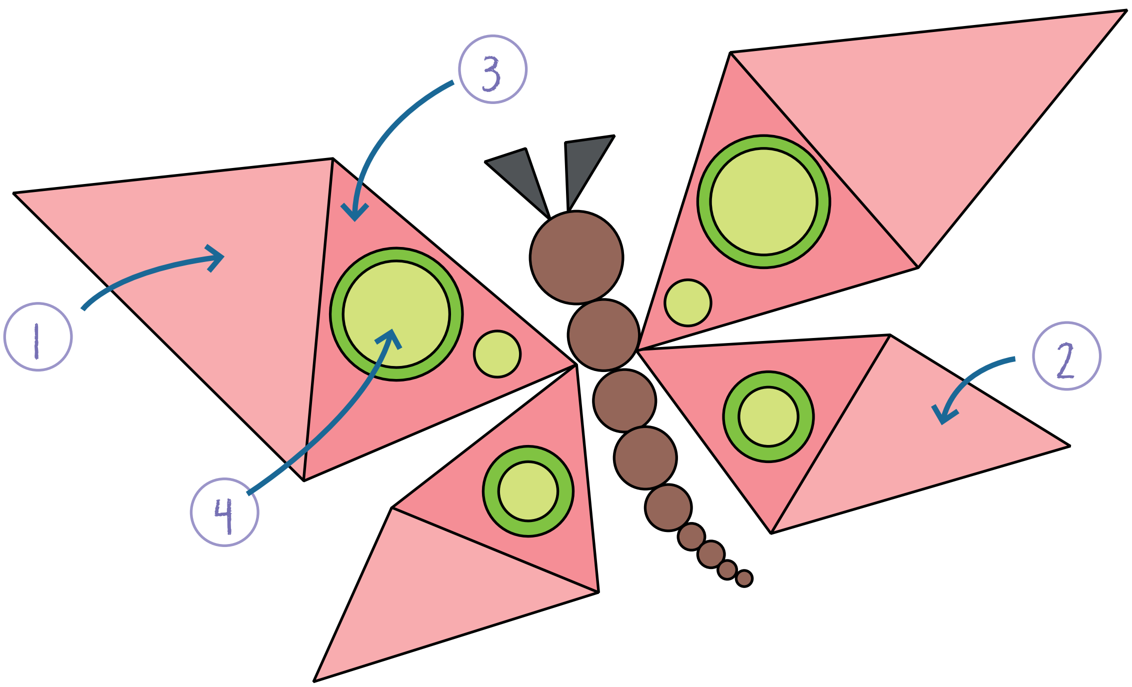
Procedimiento:

Resultado:

Durante esta secuencia reconociste las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos y círculos, calculaste estas medidas y revisaste la forma de resolver problemas que involucraban el uso de estas medidas.

Actividad de cierre. **Refuerza tus conocimientos haciendo lo que se te pide.**

a) Calcula el área de las figuras numeradas que forman la mariposa. Considera incluir cuatro decimales cuando se requiera.



1	2	3	4
Altura: 3 cm	Altura 1.3 cm	Altura: 2.7 cm	Diámetro: 1.5 cm
Base: 4.5 cm	Base: 2.7 cm	Base: 3 cm	
A = ______	A = ______	A = ______	A = ______

b) Lee los enunciados y completa

1. Obtenemos la fórmula del área del triángulo con ayuda del área del ______________________________

2. Como en todas las figuras, se requiere conocer todos los lados para calcular el perímetro. Sin embargo, por las propiedades que aprendiste, es suficiente saber:

   - La longitud de __________ lado para el triángulo equilátero.
   - La longitud de __________ lados para el triángulo isósceles.
   - La longitud de __________ lados para el triángulo escaleno.

3. La constante ____________ ayuda a obtener el perímetro del círculo.

4. La fórmula del área del círculo dice que es posible obtener el área del círculo si conoces su ______________________

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Calculé las distancias aproximadas entre los elementos del croquis.	
Elaboré un boceto con ajuste de distancias.	

Si te falta alguna actividad
Ponte al corriente
Si te falta alguna actividad

Secuencia

8

Sucesiones de números o figuras aritméticas y geométricas

En esta secuencia aprenderás a identificar una sucesión de números o figuras, a reconocer las progresiones aritméticas y geométricas y a aplicar estrategias para completarlas.

PROYECTO

Terminarás también las actividades del proyecto *Croquis de un sitio importante en mi comunidad*.

Por ello, las actividades a desarrollar en esta secuencia serán de cierre y consisten en lo siguiente:

- Elaboración y revisión del croquis.
- Evaluación del estado en el que se encuentra el sitio seleccionado.
- Compromiso para llevar a cabo una campaña de socialización del lugar y su croquis para recuperar, mejorar o conservar el sitio elegido.

El ícono **PROYECTO** identifica las actividades del proyecto.

INICIO

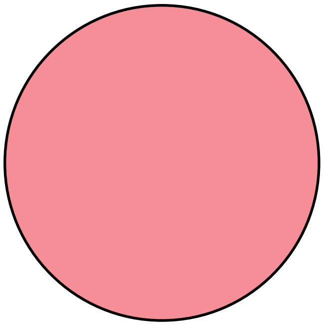
Actividad de inicio. Te invitamos a recordar qué son las figuras geométricas, qué es un grupo ordenado de números y cómo se resuelven las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.

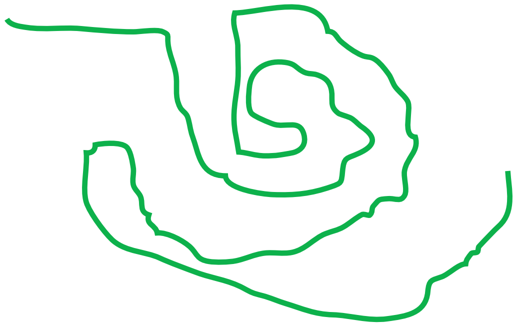
- Haz y responde lo que se te pide.

1. Ordena este grupo de números de mayor a menor:

6, 5, 8, 7, 4, 9, 2, 3, 1

2. Marca con una paloma ✓ la imagen que representa una figura geométrica.





3. El resultado de sumar 2 más 15 es igual a:

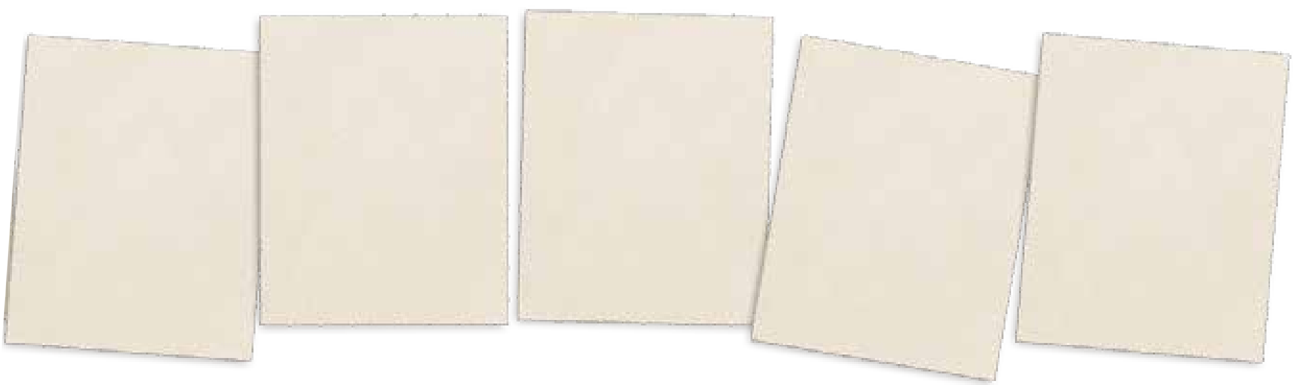
____

4. El resultado de restar 9 menos 2 es igual a:

____

5. Ordena de menor a mayor estas cantidades:

9, 5, 7, 11, 3



6. El resultado de multiplicar 8 por 3 es igual a:

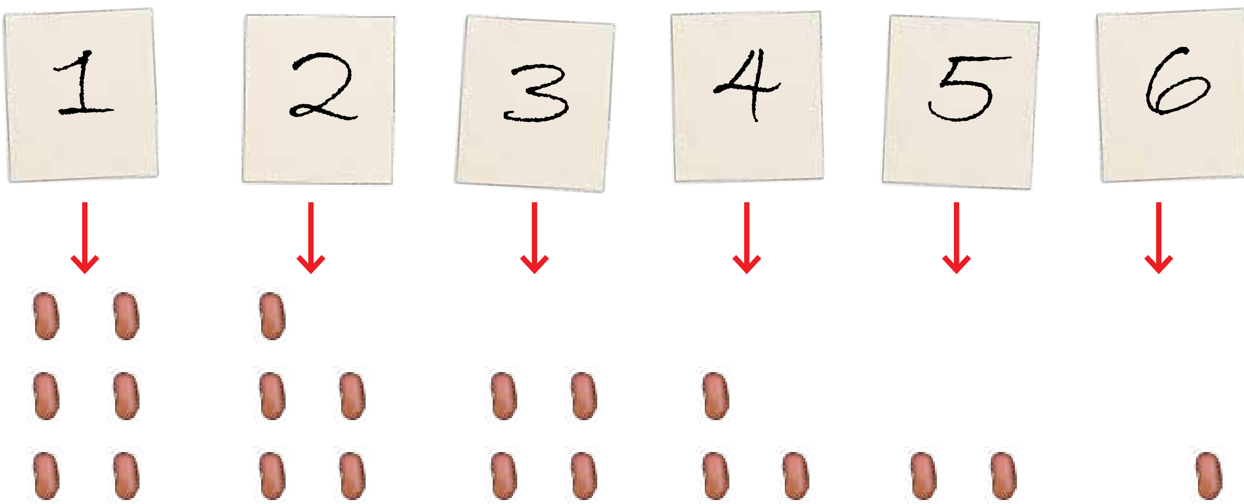
____

7. El resultado de dividir 16 entre 4 es igual a:

____

Tema 1. Sucesión de números o figuras

Para comprender el tema, lee y observa los siguientes esquemas que muestran cómo identificar una sucesión de números o figuras.



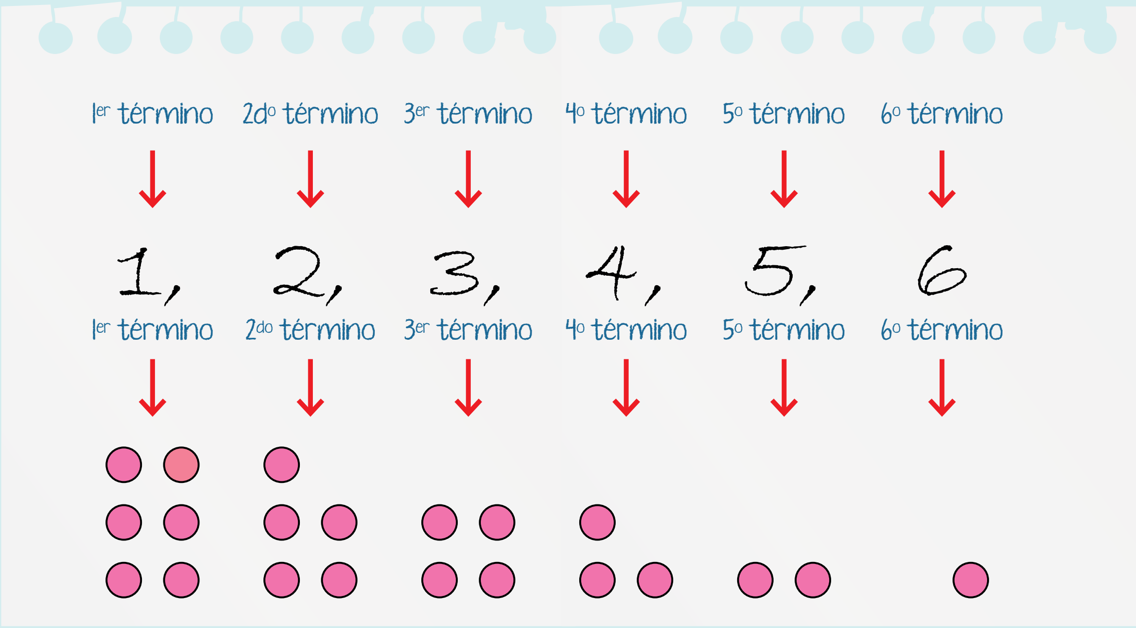
Observa la imagen, cada grupo representa una **sucesión** porque tanto los números como las figuras se suceden, es decir, se siguen uno después del otro, incrementándose o reduciéndose de forma constante y progresiva.

A las **sucesiones** también se les conoce como **progresiones** porque sus números o figuras se siguen progresivamente uno después del otro.

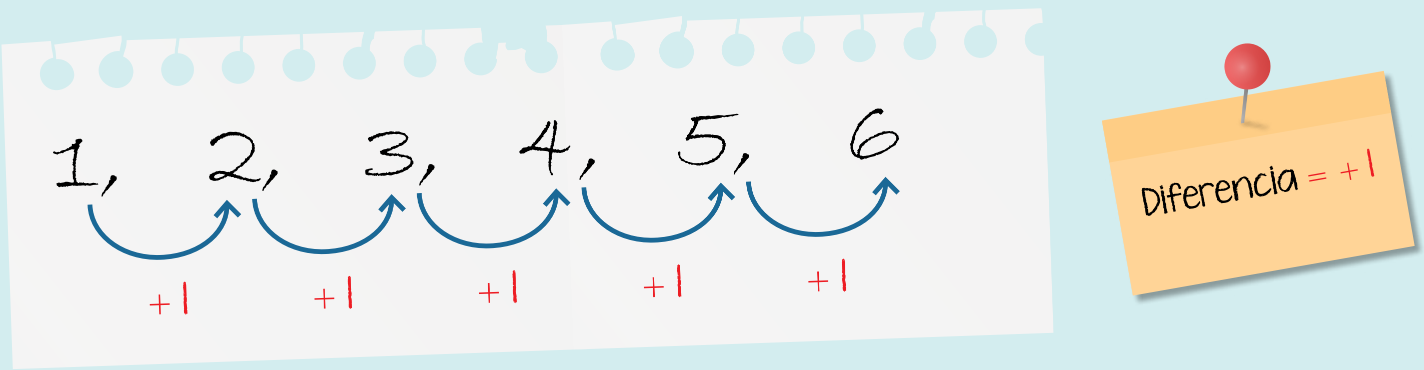
En una **progresión**, a cada número o figura se le llama **término**, y recibe el nombre de un número ordinal dependiendo del lugar que ocupe de izquierda a derecha:

CONEXIONES

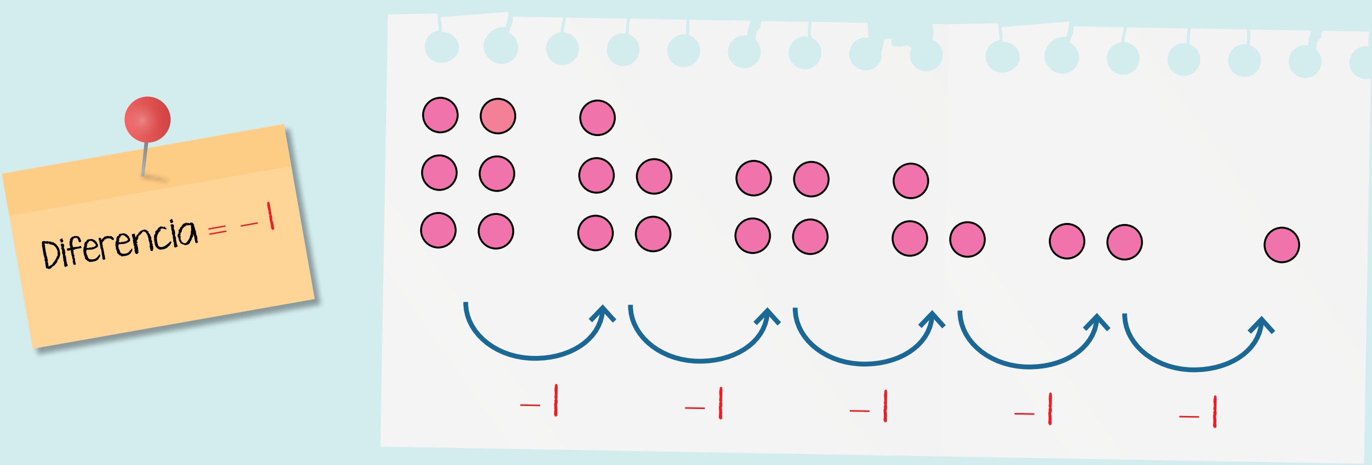
En la secuencia 1 de la unidad 1 del módulo *Pensamiento matemático 1* se explican los números ordinales.



Observa que los números se van incrementando de forma constante de uno en uno:

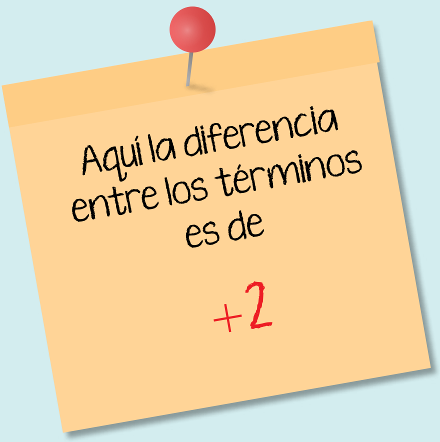


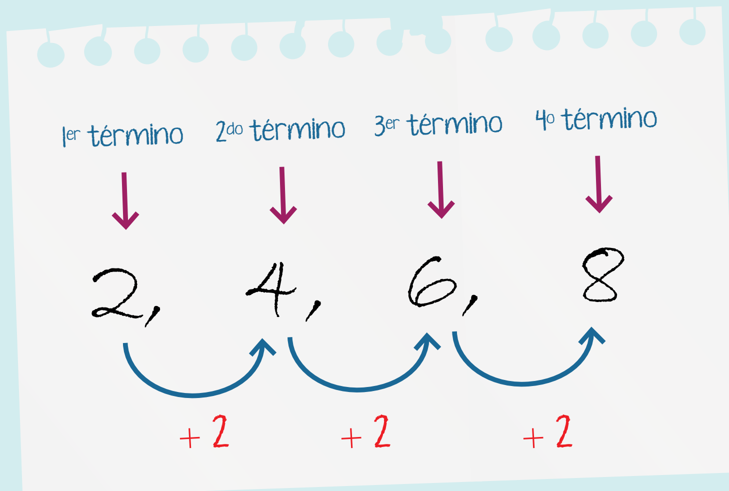
Mientras los círculos se van reduciendo de forma constante, también de uno en uno:

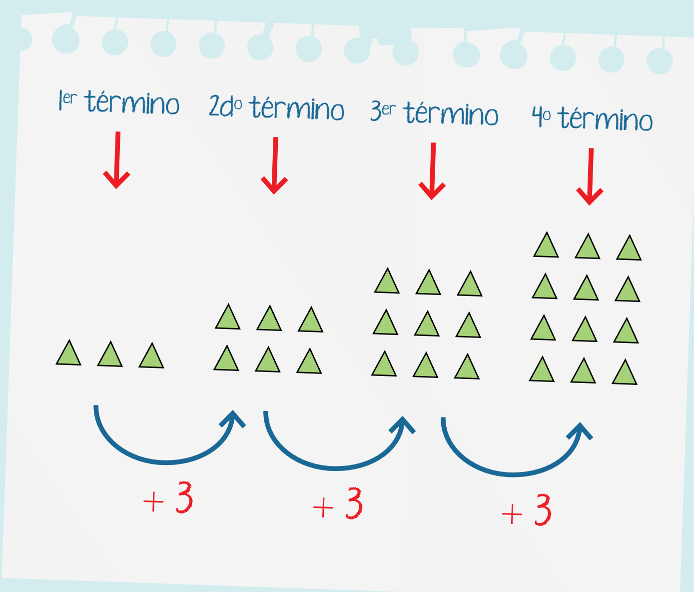


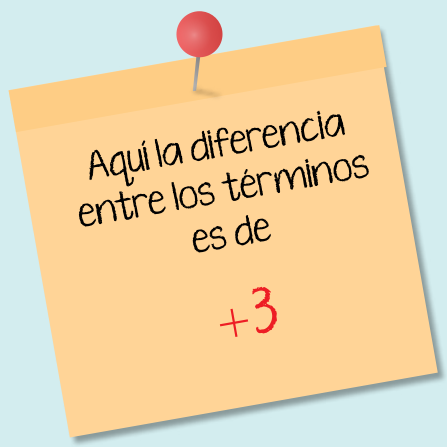
A la **constante** que se le agrega o se le quita a cada **término** de una progresión se le llama **diferencia**. Es una constante porque su valor es siempre el mismo en toda la progresión. En el ejemplo anterior, la diferencia es –1.

Veamos otros dos ejemplos de progresiones:









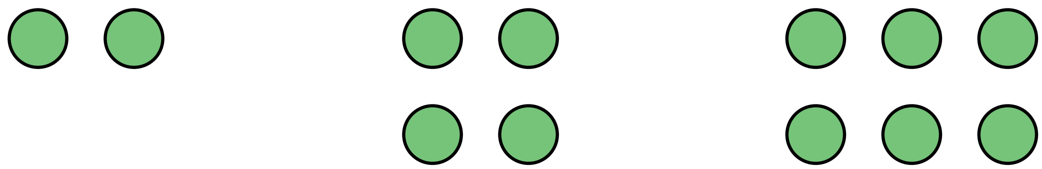
Actividad 1. Practica tus conocimientos sobre la sucesión de números o figuras.

a) Responde las preguntas.

1. ¿Cuál es el tercer término en esta progresión: 1, 3, 5, 7?

____

2. ¿Cuál es el valor de la diferencia en esta progresión?



Valor: ____

3. ¿Con qué otro nombre se les conoce a las progresiones?

____

4. En una progresión, a cada número o figura se le llama:

____

5. A la constante que se le agrega o se le quita a cada término de una progresión se le llama:

____

6. ¿Cuál es el primer término en esta progresión: 6, 5, 4, 3, 2, 1?

____

7. En una progresión, ¿de qué lado se comienza a contar para nombrar cada término de acuerdo con la posición que ocupa?

____

8. ¿Qué tipo de numeración se utiliza para nombrar cada término de una progresión?

____

PROYECTO

Terminaste las actividades del proyecto en la secuencia anterior con un boceto de tu croquis. Es momento de reproducirlo o pasarlo a otro formato para difundir el lugar. Para ello:

a) Haz tu croquis en limpio.

- Te sugerimos utilizar una hoja grande de papel *bond* (también conocido como de rotafolio) cuadriculada para que sea más sencillo trabajar, pero si no la consigues usa cualquier hoja, cartulina o cartoncillo.
- Para darle color a tu diseño puedes utilizar lápices de colores, recortes de revistas, tintas caseras o lo que tengas a la mano.
- Retoma los elementos de tu boceto, como puntos de referencia, nombres de calles y medidas aproximadas. Una vez que lo termines, guárdalo en un lugar donde no se maltrate.

Tema 2. Progresiones aritmética y geométrica

Existen dos tipos de progresiones: **aritmética** y **geométrica**. Lee sus diferencias.

Progresión aritmética

En la *progresión aritmética*, la *diferencia* se le *suma* o se le *resta* a cada término para obtener el término siguiente. Por ejemplo, en esta progresión puedes ver que la diferencia entre cada término es de +3.

1, 4, 7, 10, 13, 16

+3 +3 +3 +3 +3

Diferencia = +3

En esta otra progresión aritmética, la **diferencia** es de –2.

Diferencia = –2

20, 18, 16, 14, 12

–2 –2 –2 –2

Progresión geométrica

Por su parte, en la **progresión geométrica** la **diferencia** se le **multiplica** o se le **divide** a cada término para obtener el término siguiente.

Por ejemplo, en esta progresión puedes ver que la diferencia entre cada término equivale a multiplicarlo por 2 (también se escribe $\times 2$).

3, 6, 12, 24, 48, 96

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

Diferencia $= \times 2$

Y en esta otra progresión geométrica, la **diferencia** equivale a dividir cada término entre 3.

Diferencia $= \div 3$

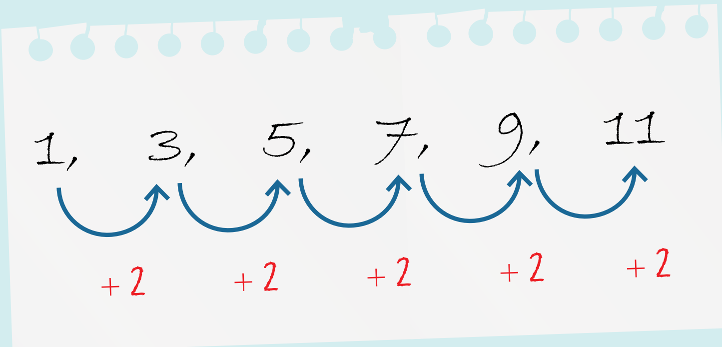
324, 108, 36, 12, 4

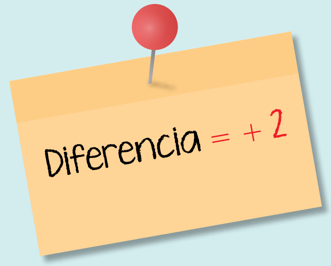
$\div 3$ $\div 3$ $\div 3$ $\div 3$

Como puedes ver, las **progresiones geométricas** crecen o decrecen más rápido que las **progresiones aritméticas**.

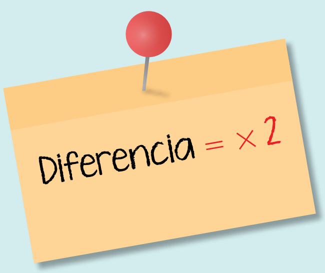
Porque **multiplicar** o **dividir** agrega o quita, cada vez, una cantidad mayor a cada término, en comparación a como lo hace el **sumar** o **restar**.

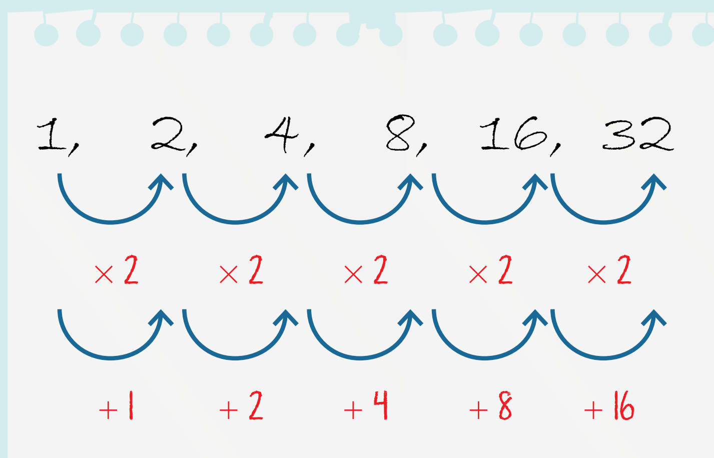
Por ejemplo, esta **progresión aritmética**, que inicia en el número 1, tiene una diferencia de + 2, lo que significa que en este caso a cada término se le suma 2 para obtener el término siguiente.





Esta **progresión geométrica** también inicia en el número 1, pero tiene una diferencia de × 2, lo que equivale a multiplicar por 2 cada término para obtener el siguiente. Esto significa que cada vez el término siguiente es del doble que el anterior.





Como puedes ver, aun cuando ambas progresiones inician en el mismo número y tienen una diferencia basada en el número 2, el sexto término de la **progresión aritmética** es igual a 11, mientras que, en la **progresión geométrica**, el sexto término es igual a 32, un número mucho mayor a 11. Esto porque la multiplicación agrega más que la suma.

Actividad 2. Practica en la siguiente actividad tus conocimientos acerca de las progresiones aritméticas y geométricas.

- Relaciona ambas columnas.

Ejemplo de progresión geométrica con diferencia de $\div 2$	4 000, 2 000, 1 000, 500, 250, 125
En la progresión geométrica...	82, 80, 78, 76, 74, 72, 70
En la progresión aritmética...	se multiplica o divide cada término por o entre una constante.
Ejemplo de progresión geométrica con diferencia de $\times 2$	100, 200, 400 800, 1 600, 3 200
Ejemplo de progresión aritmética con diferencia de $+2$	15, 17, 19, 21, 23, 25, 27
Ejemplo de progresión aritmética con diferencia de -2	se le suma o resta a cada término un número constante

PROYECTO

Ahora que ya cuentas con el croquis, organiza una reunión con las personas que te acompañaron a hacer el recorrido. Valora si el lugar está bien conservado, si presenta deterioro de algún tipo o se encuentra abandonado.

a) De acuerdo con lo comentado en la reunión, evalúa las condiciones del lugar elegido, donde 1 es “muy deteriorado” y 5 es en “excelente estado”.

- Marca con una paloma ✓ la respuesta que consideres más apegada a la realidad.

1. ¿Es un espacio en condiciones de usarse o visitarse en la actualidad?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

2. ¿Cómo se encuentran sus instalaciones?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

3. ¿Cuáles son las condiciones en las que se encuentran el lugar y el camino para llegar?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

4. ¿Las condiciones del espacio permiten que las personas lo perciban seguro?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

5. ¿Cuenta con alumbrado público?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐

b) Revisa tus resultados: mayoría de 4 y 5 indican que el lugar se encuentra bien y debe ser **conservado** como está; mayoría de 3 y 4 significa que necesita ser **mejorado**; y mayoría de 1 y 2 señala que es urgente **recuperar** este espacio para beneficio y disfrute de la comunidad.

c) Concluye esta evaluación respondiendo las preguntas siguientes, con base en lo anterior.

1. Describe la situación en que se encuentra el lugar.

2. Define si este espacio debe ser recuperado, mejorado o conservado.

Tema 3. Estrategias para completar las progresiones aritméticas y geométricas

TIC

Si deseas profundizar más en este tema, sigue este enlace en la página del CCH de la UNAM: https://bit.ly/3osCOfk

Existen estrategias para completar las progresiones aritméticas y geométricas, te presentamos algunas a continuación.

Si se tiene:

61	65	69	

¿Cuál es el número que sigue? ______________________

Compara el primer término con el segundo, para saber si la progresión **crece o decrece**. En este caso vemos que:

$61 < 65$ (61 es menor que 65).

Lo que significa que la progresión va creciendo. Confirma revisando que suceda lo mismo con las otras cantidades.

Estrategia 1

Como la progresión va **creciendo**, la diferencia proviene de una **suma** o de una **multiplicación** a cada uno de los términos.

Estrategia 2

Si la progresión fuera **decreciendo**, la diferencia provendría de una **resta** o de una **división**. En este caso, como ya se encontró que la progresión crece, no se aplica esta estrategia.

Encuentra la diferencia de la progresión.

Estrategia 3

Para encontrar la diferencia **se aplican las operaciones contrarias** a los términos sucesivos de la progresión.

61 65 69

Como aquí la progresión **crece**, la **diferencia** proviene de una **suma** o **multiplicación**.

Aplicamos las operaciones contrarias, que son la **resta** y la **división**, a los términos sucesivos.

Primero se aplica la **resta**:

$$69 - 65 = 4$$

$$65 - 61 = 4$$

Estrategia 4

En ambos casos el resultado es el mismo, que es la diferencia entre ambas cantidades. En este caso, la diferencia proviene de una **suma** y es igual a **4**, por lo tanto, la diferencia es igual a **+4**.

Estrategia 5

Si el resultado no es el mismo aplicando una de las operaciones contrarias, en este caso la resta, se procede a aplicar la otra operación contraria a los términos consecutivos, en este caso la división, y es de esperar que los resultados sean iguales, siendo ese resultado la diferencia.

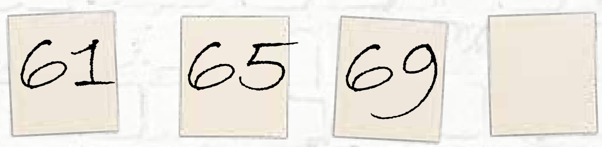
Como en este caso sí se obtuvo el mismo resultado al restar las dos cantidades, ya no es necesario aplicar esta estrategia.

Estrategia 6

Nota que si se tienen resultados iguales al aplicar los pasos anteriores, la diferencia en la progresión proviene de la operación contraria. Es decir:

Si la diferencia se obtuvo	La operación para obtener el número faltante en la progresión es
Restando	La suma
Dividiendo	La multiplicación
Sumando	La resta
Multiplicando	La división

Encontrar el término faltante.



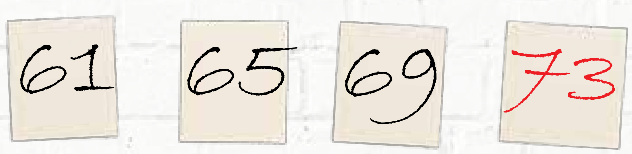
Estrategia 7

Para encontrar el término faltante, se aplica la diferencia de la progresión al último término de la misma.

En este caso la diferencia es de +4 y estamos buscando el número que sigue en la progresión; por lo tanto, a 69 le sumamos 4:

$$69 + 4 = 73$$

Y así sabemos que sigue el número 73.



Estrategia 8

Cuando se busca el número que va antes del primer término, se aplica la diferencia con su operación contraria. Por ejemplo:
¿Qué número va antes del 61 en la misma progresión?

	61	65	69	73

Como en este caso la diferencia es de **+4**, para encontrar el número que va antes del 61 aplicamos la diferencia expresada como **−4**.
De este modo: 61 − 4 = 57

57	61	65	69	73

Actividad 3. **Practica los conocimientos sobre completar progresiones.**

- Marca con una paloma ✓ las afirmaciones y las progresiones con verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

Afirmaciones	V	F
En la sucesión 48, 32, 16, el número que va antes del 48 es el 63.		
En la sucesión 3, 6, 9, 12, el número que sigue es el 15.		
En la sucesión 20, 10, 5, el número anterior al 20 es el 40.		
En la sucesión 7, 35, 175, el número que va después del 175 es el 875.		
En la sucesión 108, 102, 96, el número que va antes del 108 es el 114.		
En la sucesión 8, 32, 128, el número que sigue es el 384.		
En la sucesión 1, 11, 21, el número que sigue del 21 es el 41.		

PROYECTO

Para finalizar el proyecto *Croquis de un sitio importante en mi comunidad*, establece el compromiso de socializar el lugar mediante una campaña de difusión en la cual el croquis sea una herramienta para promoverlo entre las personas habitantes y visitantes de la comunidad.

a) Escribe las acciones que te comprometes a ejecutar para llevar a cabo la campaña de difusión.

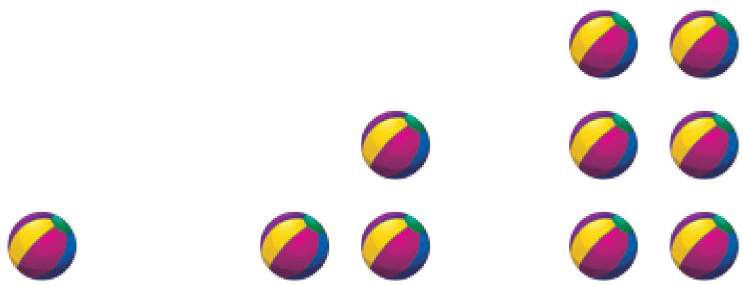
b) Escribe un compromiso personal para recuperar, mejorar o conservar el lugar, de acuerdo con la evaluación que realizaste.

CIERRE

En esta secuencia aprendiste lo que es una sucesión de números o figuras, identificaste cómo reconocer las progresiones aritméticas y geométricas y qué estrategias aplicar para completarlas.

Actividad de cierre. **Repasa lo aprendido.**

a) Escribe en el recuadro si se trata de una progresión aritmética o geométrica.



Es una progresión: ______________________________

Es una progresión: ______________________________

130 115 100

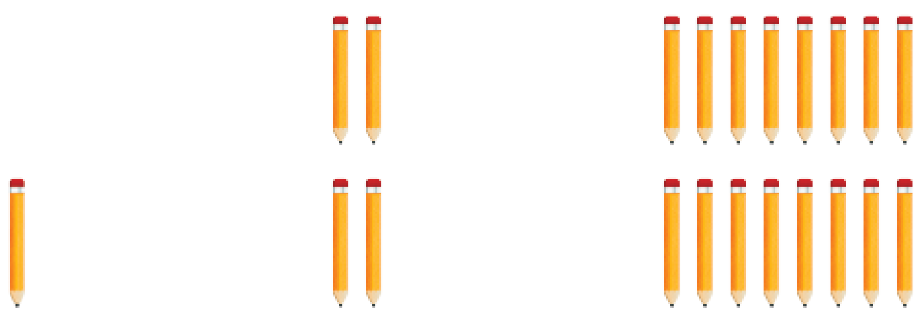
Es una progresión: ______________________

9 3 1

Es una progresión: ______________________

b) Observa las progresiones y anota el número que sigue o antecede, de acuerdo con lo que se te pregunta.

El número que sigue es el: ______________________



El número que sigue es el: ______________________

El número que va antes del 8 es el: ______________________

El número que va antes del 60 es el: ______________________

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Revisé los bocetos y elaboré el croquis final.	
Evalué el estado en el que se encuentra el lugar seleccionado.	
Establecí un compromiso para realizar una campaña de socialización del lugar para su cuidado.	

UNIDAD 3

Comportamiento de la información

En esta unidad reconocerás cómo representar información por medio de elementos gráficos y profundizarás en el estudio de la gráfica circular o de pastel; adicionalmente, reconocerás la media, la mediana y la moda estadísticas como las principales medidas de tendencia central de un conjunto de datos y conocerás dos medidas de dispersión: el rango y la desviación media. Con estos conocimientos estarás avanzando en la comprensión de las herramientas para el manejo de la información que se genera en tu entorno.

El proyecto *Datos para una alimentación saludable* consiste en investigar, recopilar, organizar y presentar información estadística acerca de una situación problemática en tu comunidad; así, practicarás la generación de información sobre temas relevantes y la socializarás como una forma de participación ciudadana.

Secuencia 9

Gráficas circulares

En esta secuencia reconocerás los gráficos estadísticos en general, sus características y aprenderás a describir gráficas circulares.

PROYECTO

También iniciarás el proyecto *Datos para una alimentación saludable*, con el objetivo de indagar datos estadísticos sobre la alimentación para fortalecer la salud.

Las actividades del proyecto a realizar en esta secuencia son las siguientes:

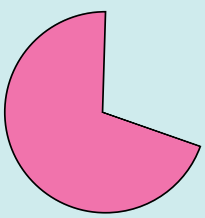
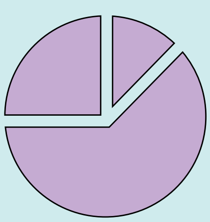
- Indagar sobre la alimentación saludable y el plato del bien comer.
- Hacer una lista de los productos alimenticios de cada uno de los grupos del plato del bien comer.
- Diseñar y levantar una encuesta sobre alimentación saludable.
- Registrar los datos de la encuesta en tablas.
- Hacer una gráfica circular con los datos recabados mediante la encuesta.

Recuerda que para distinguir estas tareas, se utiliza el ícono **PROYECTO**.

INICIO

Actividad de inicio. **Para recuperar tus conocimientos sobre las gráficas circulares o de pastel, realiza lo siguiente.**

- Marca con una paloma ✓ si lo que se describe en las siguientes frases es verdadero (V) o falso (F).

Frases	V	F
La información estadística puede representarse mediante recursos visuales como tablas, pictogramas, mapas y gráficos.		
El objetivo de un gráfico es representar una serie de datos de manera confiable.		
Existen diferentes tipos de gráficos, pero todos pueden utilizarse para representar la misma información.		
 Es una gráfica circular o de pastel.		
 Es el cuerpo de una gráfica circular o de pastel.		

Tema 1. El gráfico estadístico y los elementos que lo conforman

Una forma de representar la información con imágenes es mediante **gráficos estadísticos**, que son una representación visual de un conjunto de datos con el fin de compararlos entre sí. Por lo tanto, **los gráficos tienen el objetivo de presentar la información estadística** de manera confiable.

a) Los **gráficos estadísticos**:

- Describen, resumen y analizan la información estadística.
- Son una herramienta para el análisis de los datos.
- Complementan las tablas de información.
- Reemplazan las tablas de datos porque son más fáciles de visualizar y comprender.
- También son conocidos como diagramas.

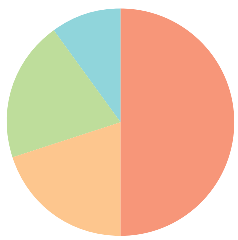
CONEXIONES

En la unidad 3 del módulo de *Pensamiento matemático 1* reconociste las características de las fuentes confiables de información, los datos estadísticos y aprendiste cómo se registra una serie de datos en tablas y pictogramas; también viste, en la secuencia 5 de la unidad 2 de este módulo, que es posible plasmar información estadística en un mapa.

Esta forma más sencilla de presentar la información es muy utilizada por las instituciones, empresas, medios de comunicación, personas científicas; en resumen, por quienes formulan datos cuantitativos y desean darlos a conocer.

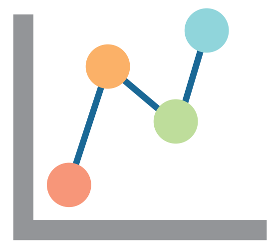
b) **Tipos de gráficos.** Hay variedad de gráficos, cada uno con características que lo hacen más adecuado para visualizar determinados datos y que apoyan mejor su análisis.

Circulares

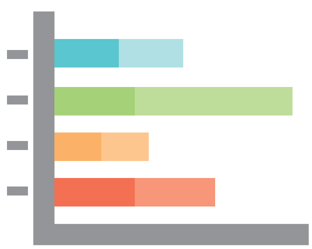


Barras

Líneas



Áreas apiladas



Rectángulos

Pirámide o embudo

Cada uno ha sido diseñado para exponer ciertas características de los datos. En esta secuencia profundizarás en el conocimiento del **gráfico circular**, también conocido como gráfico de pastel.

c) **Elementos de un gráfico.** A pesar de sus diferencias, los diversos **tipos de gráficos** tienen elementos en común que deben ser considerados para construirlos o analizarlos:

- Título
- Los datos que se van a graficar
- Cuerpo del gráfico
- Sectores o categorías
- Etiquetas

- Leyenda
- Fuente de la información

CONEXIONES

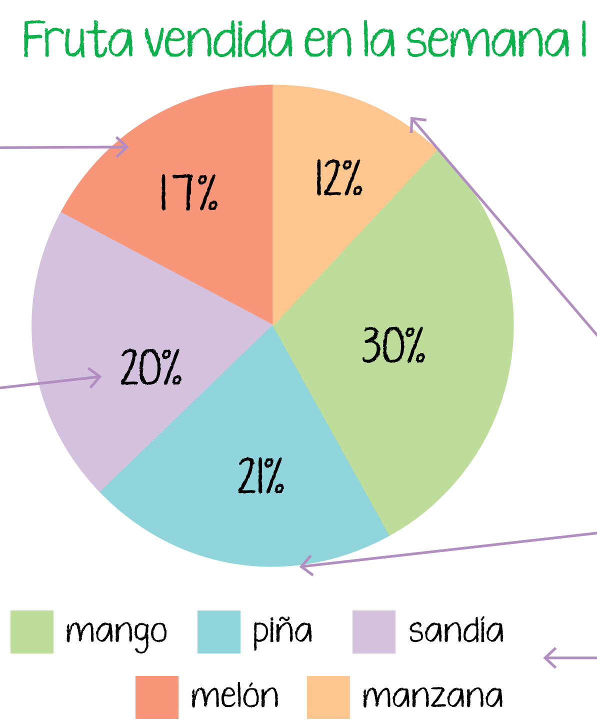
Revisa el ejemplo sobre este negocio en la secuencia 11 de la unidad 2 del módulo *Pensamiento matemático 1.*

Para que te des una idea de estos elementos y su distribución en un diagrama, tomemos el ejemplo del negocio de venta de fruta picada de Cristina y Jorge. Ellos habían registrado la fruta que les compraron la primera semana en su negocio y resumido sus resultados en una tabla con pictogramas; después hicieron un **gráfico circular**, que se muestra a continuación.

Título del gráfico
Debe ser una descripción general de su contenido: indicar qué se está midiendo, en qué período y a qué población o muestra se refiere.

Sectores
Son las áreas del gráfico que representan los distintos valores.

Etiquetas
Las etiquetas de datos indican los valores de cada categoría. Pueden estar expresadas en su valor o en porcentajes.



Cuerpo del gráfico
Es el área del gráfico, con todos sus elementos.

Leyenda
Es una clave mediante la cual se identifican los patrones, colores o símbolos de la serie o conjunto de datos que se está graficando.

Fuente de la información
Un gráfico estadístico, para que sea confiable, debe mencionar la fuente u origen de los datos graficados, de modo que puedan ser verificados.

Fuente: Ventas registradas en la semana 1, octubre de 2022.

Estos son los elementos principales de un gráfico.

Actividad 1. **Para repasar las nociones que acabas de leer, realiza lo siguiente.**

- Completa las oraciones con las palabras que correspondan a la idea que describen.

remplazada | complementan | clara

barras | leyenda | título

1. Los gráficos estadísticos ____________________ las tablas de información.
2. Los gráficos son utilizados para dar a conocer de manera más ____________________ datos estadísticos.
3. El gráfico de ____________________ es un tipo de gráfico estadístico.
4. En algunas ocasiones, la tabla de datos estadísticos puede ser ____________________ por el gráfico.
5. El ____________________ del gráfico debe ser una descripción general de su contenido: indicar qué se está midiendo, en qué período y a qué población o muestra se refiere.
6. La ____________________ es una clave mediante la cual se identifican los patrones, colores o símbolos de la serie o conjunto de datos que se está graficando.

PROYECTO

En lo posible, reúnete con tus familiares, amistades y *Círculo de estudio* para llevar a cabo este proyecto.

a) Investiga a qué grupos pertenecen algunos productos alimenticios que consumes o se producen en tu comunidad y llena la siguiente tabla.

Verduras	Frutas y cereales (carbohidratos)	Leguminosas, aceites vegetales y alimentos de origen animal (proteínas y grasas)

b) Investiga sobre la alimentación saludable y el plato del bien comer en fuentes confiables.

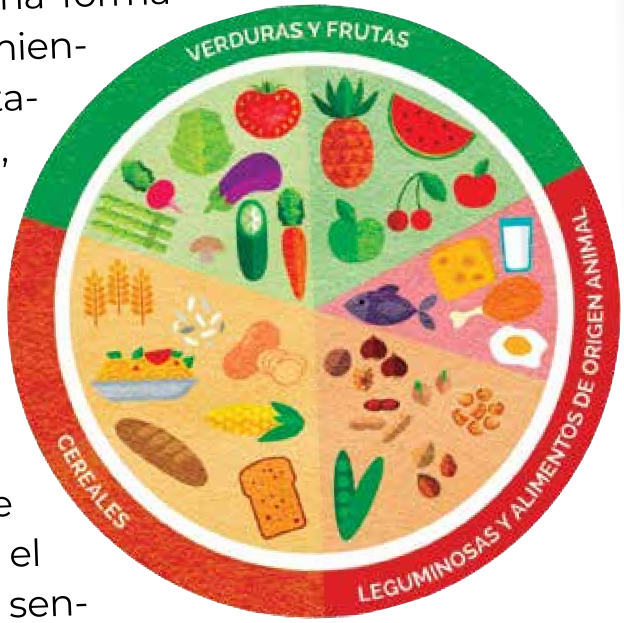
Lee en voz alta

Comparte la lectura

LA MATEMÁTICA ■ REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA

El plato del bien comer

Tiene el propósito de mostrar de una forma muy visual los alimentos que se recomienda consumir para tener una alimentación nutritiva y balanceada. En México, "el plato del bien comer es una guía de alimentación que forma parte de la Norma Oficial Mexicana (NOM)", que promueve la educación para la alimentación saludable. Proporciona orientación nutritiva mediante la presentación visual de los grupos de alimentos y sus aportaciones para el cuerpo humano, con el propósito de sensibilizar a la población para que se alimente con una dieta completa, variada y saludable.



CÓDIGO COMÚN

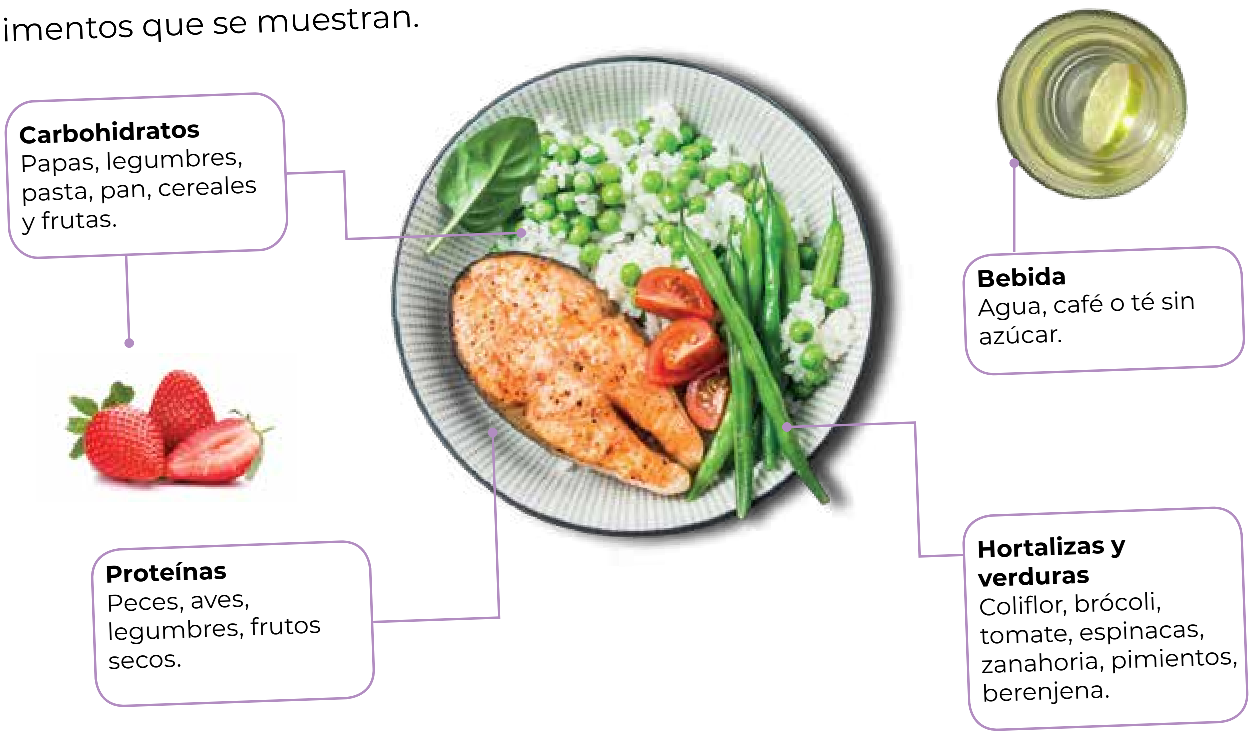
Ingesta: dieta o conjunto de sustancias que se comen mediante los diferentes grupos de alimentos.

A partir del reconocimiento de la diversidad de alimentos, sus nutrientes y el grupo al que pertenecen, las personas pueden balancear su alimentación de forma que tengan una **ingesta** diaria que permita a su cuerpo un óptimo funcionamiento.

REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ■ **LA MATEMÁTICA** ■

Las verduras, en su mayoría, pueden comerse con libertad, las frutas, al igual que el elote, el camote, el betabel y la papa, deben comerse todos los días pero con moderación, porque forman parte de los carbohidratos, tanto las verduras como las frutas frescas ocupan la tercera parte del plato del bien comer, otra tercera parte la ocupan los cereales y la última parte la ocupan las proteínas de origen animal o vegetal y leguminosas.

Observa la siguiente imagen e identifica a qué grupo pertenecen los alimentos que se muestran.



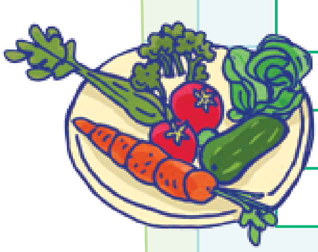
Fuente: Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera, *El plato del bien comer. Guía de alimentación,* Gobierno de México, 2019, disponible en https://bit.ly/3BfJqVY (Consulta: 15 de agosto de 2022).

c) Diseña una encuesta sobre la alimentación saludable, que la contesten al menos 20 personas, incluyéndote a ti, en la cual preguntes los siguientes datos:

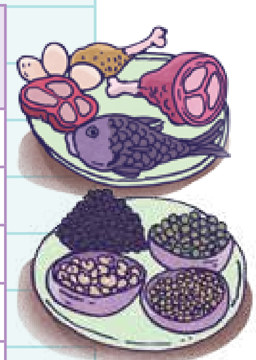
Encuesta

1. Edad:
2. Peso:
3. Estatura:
4. ¿Conoces el plato del bien comer? Sí ( ) No ( )
5. ¿Cuántas comidas realizas al día? Márcalas con una paloma ✓.
   - Desayuno ( )
   - Comida ( )
   - Cena ( )
   - Bocadillos o refrigerio entre desayuno y comida ( )
   - Bocadillos o refrigerio entre comida y cena ( )
6. En la columna izquierda escribe los alimentos que más consumes; en las de la derecha, marca con una paloma ✓ los días que los comes, generalmente:

Verduras	L	M	M	J	V	S	D



Carbohidratos (frutas y cereales)	L	M	M	J	V	S	D



Proteínas (vegetales y animales)	L	M	M	J	V	S	D

Grasas (vegetales y animales)	L	M	M	J	V	S	D

7. ¿Cuántos litros de agua consumes a diario?

____

Una vez que termines de aplicar la encuesta, guarda los resultados y la tabla para utilizarlos más adelante en el proyecto.

d) Escribe por qué es importante conocer información sobre las proporciones de los tres grupos de alimentos para la alimentación saludable.

e) Investiga qué es el derecho a la alimentación y descríbelo en el siguiente espacio.

Tema 2. Las gráficas circulares y sus características

Las **gráficas circulares** se dividen en varias partes y cada una de ellas representa el valor de un conjunto entero de datos. El tamaño de cada parte es proporcional a un valor entero o total y recibe el nombre de **sector**.

El gráfico entero representa el **todo** y cada sector las **partes** en que se divide o fracciona ese todo. Es decir, así como divides un pastel en rebanadas, también repartes el **gráfico circular**; por esta semejanza, también se le conoce como **gráfica de pastel**.

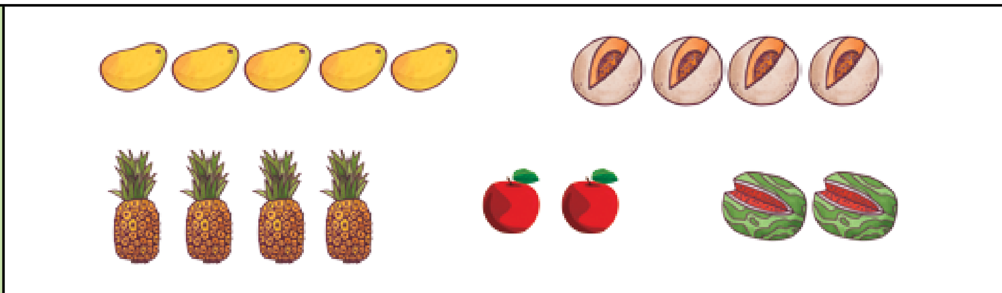
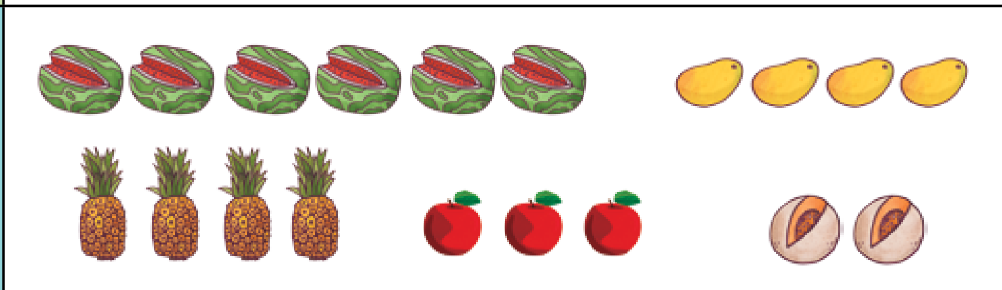
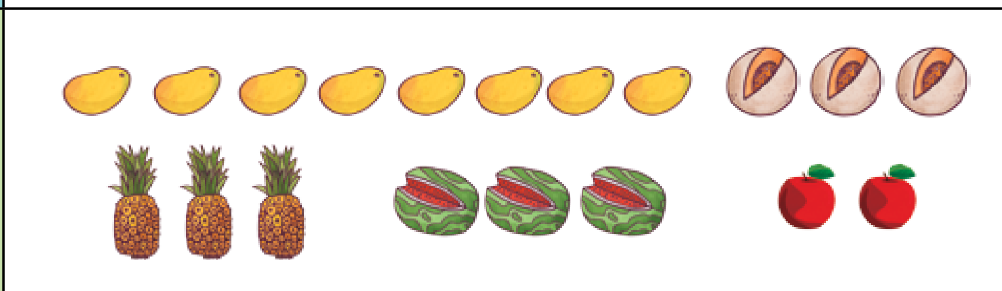
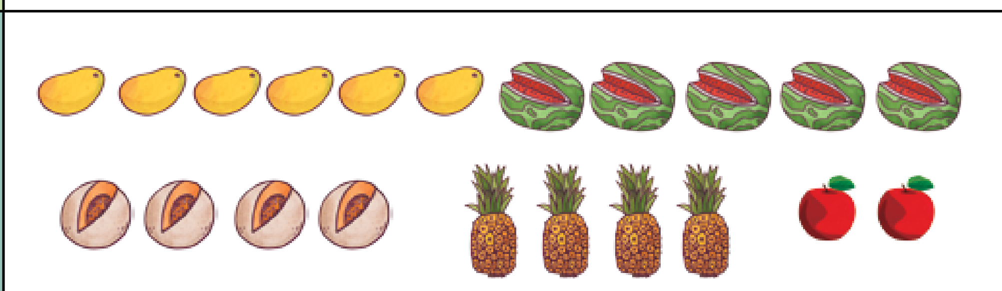
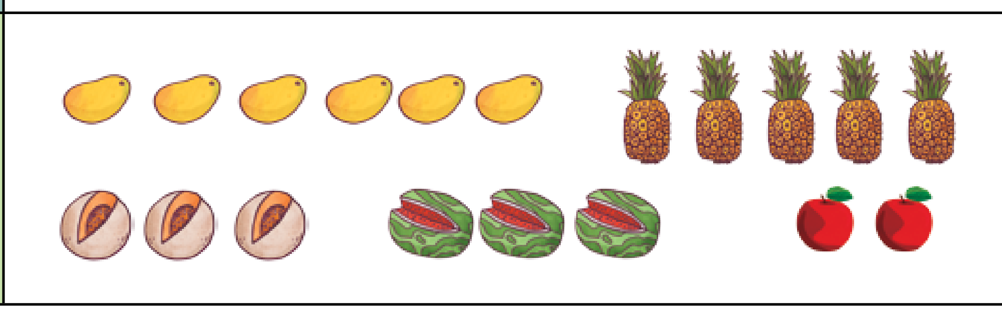
Su principal ventaja es que permiten identificar más rápido y de forma visual las partes en que se divide un total.

Observa otra vez el ejemplo del negocio de fruta picada de Cristina y Jorge de la página 281 para entender para qué y cómo hicieron su gráfica de pastel si ya tenían una tabla con pictogramas.

Querían mostrar a Mónica, la persona que les surte la fruta en el mercado, un resumen de estos datos para que le quede claro de manera rápida cuáles productos debe apartarles y en qué proporción.

Como hacen las compras para toda la semana, a Mónica no le interesa conocer qué días vendieron cuál fruta, ella solo quiere conocer las proporciones, por eso Cristina y Jorge construyeron otra tabla con la información que les interesaba para hacer la **gráfica de pastel** con las frecuencias absolutas y relativas de cada producto.

Frutas vendidas por día de la semana 1

Lunes	
Martes	
Miércoles	
Jueves	
Viernes	

La **frecuencia absoluta** es el número de veces que se repite un dato; en este ejemplo es el número de vasitos de cada fruta que se vendieron en la semana 1.

La **frecuencia relativa**, en cambio, es el porcentaje; es decir, el resultado de dividir la frecuencia absoluta entre el total de datos y multiplicarlo por 100. En este ejemplo, la frecuencia relativa de los vasitos de mango es esta:

$$\frac{29}{95} = 0.305$$

$$0.305 \times 100 = 30.5\%$$

En la tabla, la columna de frecuencia absoluta tiene las cantidades de vasitos vendidos, mientras que la frecuencia relativa tiene los porcentajes que calcularon.

Tipo de fruta	Frecuencia absoluta (vasitos vendidos)	Frecuencia relativa (Porcentajes)
Mango	29	30.5%
Piña	20	21.1%
Sandía	19	20.0%
Melón	16	16.8%
Manzana	11	11.6%
Totales	95	100.0%

CONEXIONES

Recuerda que todo número dividido entre sí mismo es igual a 1. Repasa el tema de la división de números racionales en la secuencia 3 de la unidad 1 de este módulo.

El total de la columna de frecuencia relativa siempre tiene que ser igual a 100 o un valor muy aproximado, en el caso de no tomar todos los decimales obtenidos de la división.

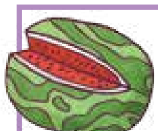
Después, para calcular el tamaño de los sectores en el gráfico dividieron el círculo en grados. Cada círculo tiene 360°, cantidad que se dividió entre los 95 vasitos vendidos y el resultado fue de 3.79 grados:

$$360 \div 95 = 3.79$$

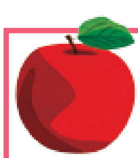
Esto quiere decir que cada vasito vendido corresponderá a 3.79° en el gráfico. Entonces, Cristina y Jorge multiplicaron esta cantidad por los vasitos vendidos de cada tipo de fruta:

Para el **mango** multiplicaron 3.79 × 29 = 109.91 y redondearon a 110.

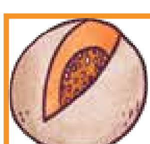
Para la **piña** multiplicaron 3.79 × 20 = 75.8 y lo redondearon a 76.



Para la **sandía** multiplicaron 3.79 × 19 = 72.01 y lo redondearon a 72.



Para la **manzana** multiplicaron 3.79 × 11 = 41.69 y lo redondearon a 42.



Para el **melón** multiplicaron 3.79 × 16 = 60.64 y lo redondearon a 60.

Y agregaron otra columna con estos resultados.

Tipo de fruta	Frecuencia absoluta (vasitos vendidos)	Grados	Frecuencia relativa (porcentajes)
Mango	29	110	30.5%
Piña	20	76	21.1%
Sandía	19	72	20.0%
Melón	16	60	16.8%
Manzana	11	42	11.6%
Totales	95	360	100.0%

Al sumar todos los grados debe dar 360°.

Con esta tabla ya es posible hacer la gráfica. Puede ser a mano o en programas de computación. Para hacerla a mano, Cristina y Jorge siguieron este procedimiento:

TIC

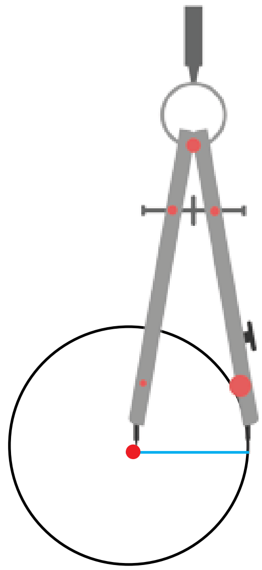
En algunos programas informáticos, puedes elaborar tablas para el registro de datos y diferentes tipos de gráficas.

Para la elaboración de gráficas, puedes consultar el tutorial en la web https://bit.ly/3yVQdl2

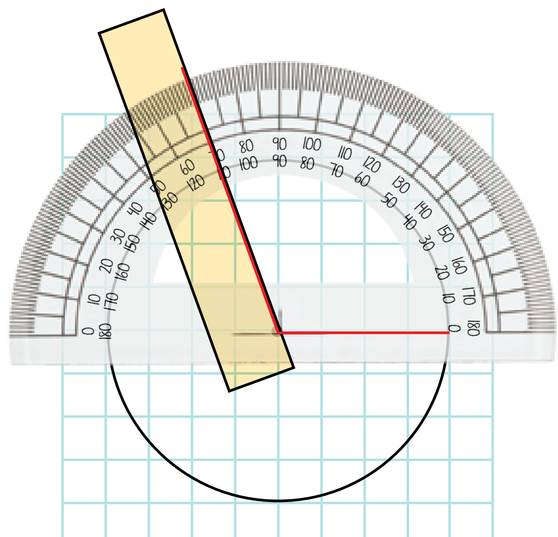
1. Trazaron con el compás un círculo del tamaño de una hoja de papel.

CONEXIONES

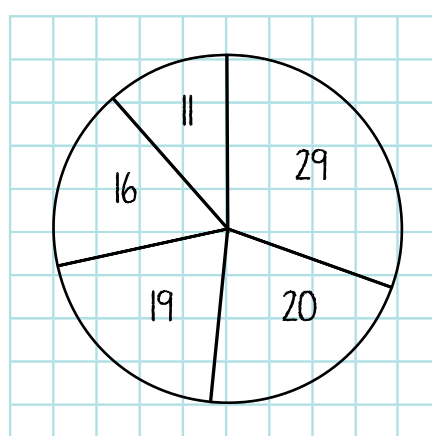
Recuerda cómo utilizar el transportador para trazar puntos en un círculo en la secuencia 7 de la unidad 2 de *Pensamiento matemático 1.*



Trazaron los ángulos en el círculo con ayuda de un transportador y una regla. Comenzaron por la del mango, que es de 110°.



Al final, les quedó de esta forma.



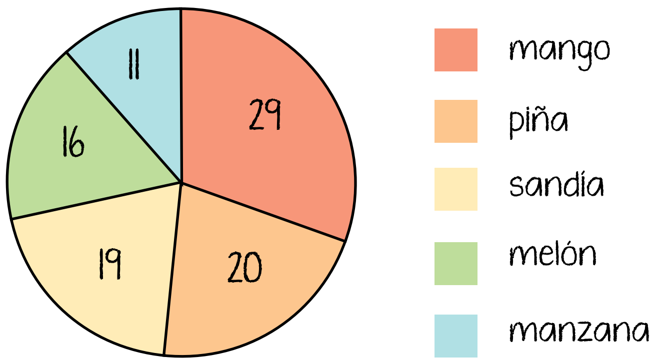
Para interpretar el gráfico, observa que está dividido en cinco partes de diferentes colores que corresponden al tipo de fruta vendida en la semana. En la leyenda se indica qué color corresponde a cada fruta.

A simple vista, y aunque no tuviera los valores, se distingue que las ventas más altas fueron de mango, seguidas por piña, luego sandía, melón y manzana.

¿Te fijaste en que los valores en el gráfico están acomodados de forma descendente de acuerdo con las manecillas del reloj?

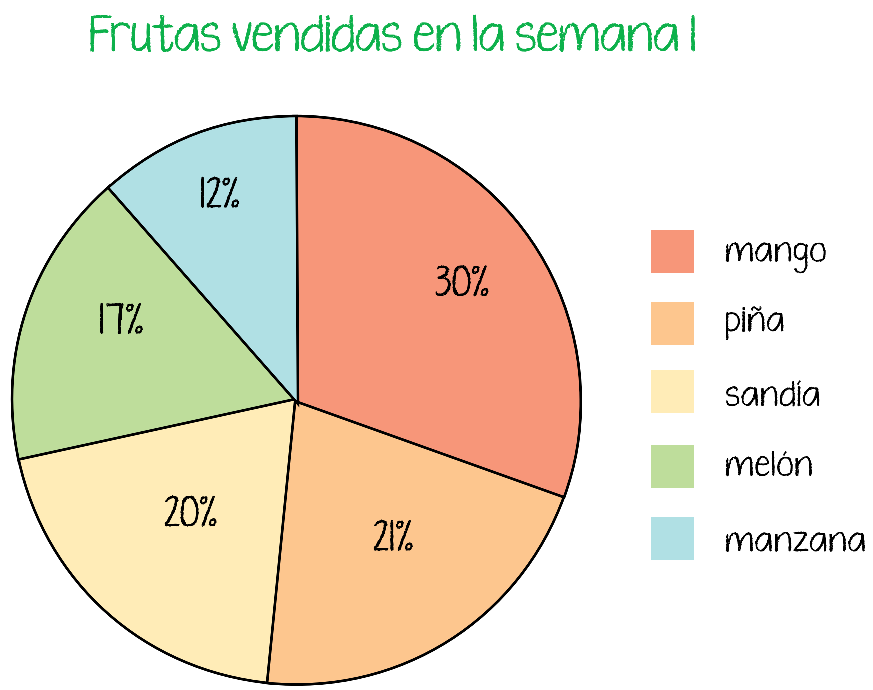
Esto se debe a que se descubrió que las personas leen la información presentada en un círculo en ese orden.

Frutas vendidas en la semana 1



Aunque les gustó el gráfico, Jorge y Cristina se dieron cuenta de que necesitaban hacerle un cambio porque, aunque se observaban bien las proporciones, como esperaban comprar más fruta para la siguiente semana era mejor indicarle a Mónica los valores en **porcentajes redondeados** que ya calcularon.

El nuevo gráfico quedó así:



Aunque también pudieron haber agregado el valor de cada categoría, para que quedara más sencillo prefirieron anotar solo los **porcentajes**.

Si te das cuenta, el tamaño de cada rebanada o categoría del gráfico quedó igual y guarda proporción con la cantidad de fruta vendida.

Con los **porcentajes** es más fácil para Mónica calcular la cantidad a surtir si le piden mayor o menor número de piezas en total, y por eso Mónica puede preparar el pedido respetando las proporciones.

Comparación de pictogramas y gráficas circulares

Pictogramas | **Gráficas cirulares**

- La tabla con **pictogramas** muestra cuánta fruta se vendió cada día de la semana, es decir, el comportamiento de los valores en cierto periodo de tiempo, algo que no se puede hacer con la **gráfica circular**, pues se tendría que hacer una gráfica por cada día de la semana.

- Con la **gráfica circular** es más fácil y rápido visualizar la información que Cristina y Jorge necesitan mostrarle a Mónica para que prepare su pedido.

Pudieron construir sus **gráficas de pastel** porque:

- Los valores que usaron para hacerla suman **el total** o 100 por ciento (%), que son las ventas de la semana.

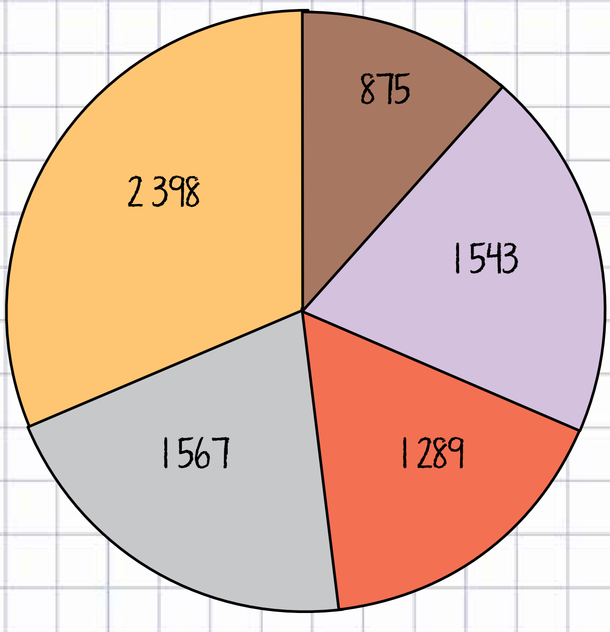
- Cada valor representado por sector es una parte de dicho total, es decir, un **porcentaje** de este.

- Al sumar los valores, dan como resultado ese total.

- Se requiere un **tipo de gráfica** de acuerdo con el tipo de información que se necesita presentar.

Actividad 2. **Para poner en práctica lo visto, realiza lo siguiente.**

a) Observa la gráfica y marca con una paloma ✓ la respuesta correcta a las preguntas.



1. ¿Qué elementos indispensables le faltan al gráfico?

- Cuerpo del gráfico, sectores o categorías y etiquetas de datos.
- Título, leyenda o rótulo de datos, fuente y sectores.
- Título, leyenda o rótulo de datos y fuente.

2. ¿Cuál es la cifra que representa el total de los datos del gráfico?

- 7 672 ( )
- 9 797 ( )
- 875 ( )

3. ¿Cuánto es el resultado del sector lila y el sector amarillo en el gráfico?

- 3 965 ( )
- 3 678 ( )
- 3 865 ( )

4. Con solo mirar el gráfico, ¿puedes decir cuáles dos categorías, al sumarse, dan como resultado un valor más aproximado a la mitad del total?

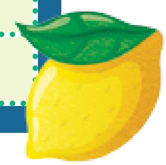
- Lila y café ( )
- Lila y amarillo ( )
- Café, azul y rojo ( )

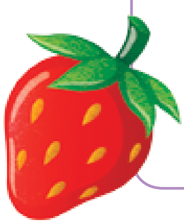
5. Si el tema representado en el gráfico fuera el total de visitantes a una playa llamada El Palmar durante Semana Santa de 2021, separados por grupos de edad, ¿qué título le pondrías al gráfico?

- Grupos de edad en El Palmar durante Semana Santa. ( )
- Turistas en El Palmar durante 2021. ( )
- Turistas en El Palmar durante Semana Santa de 2021, por grupos de edad. ( )

b) Traza una gráfica de pastel con los valores de la tabla siguiente. Agrega los valores, el título y la leyenda.

Fruta	Piezas
Limón	30
Guayaba	25
Fresa	50
Total	105





PROYECTO

a) Una vez que levantaste la encuesta sobre alimentación saludable, registra los datos en una tabla, la cual tiene que contener, al menos, lo que se presenta en el siguiente ejemplo de tabla.

- Puedes seguir el ejemplo de la primera columna de datos para su llenado, pero no tomes en cuenta sus valores en tus resultados:

CONEXIONES

En la secuencia 10 de la unidad 3 del módulo *Pensamiento matemático 1,* leíste, recolectaste y registraste datos en tablas.

	Ej.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Edad (años)	15																				
Peso (kg)	45																				
Estatura (m)	1.5																				
Conoce el plato del bien comer	Sí																				
Desayuna	Sí																				
Come	Sí																				
Cena	No																				
Refrigerios	No																				
Días a la semana que come verduras	3																				
Días a la semana que come frutas y cereales	7																				
Días a la semana que come proteína animal o vegetal	4																				
Días a la semana que come grasas	7																				
Litros de agua que consume al día	1																				

b) Elabora una gráfica circular sobre la cantidad de personas encuestadas, incluyéndote, que conocen el plato del bien comer. Sigue estos pasos:

1. Escribe en la tabla la cantidad de personas que sí conocen el plato del bien comer y las que no lo conocen. Ambas cantidades deben sumar 20, que es el número de personas encuestadas.

2. Calcula la proporción o porcentaje que representa cada cantidad con respecto del total. Deben sumar 100%.

Tabla sobre la cantidad de personas encuestadas que conocen el plato del bien comer					
Sí conocen el plato del bien comer		No conocen el plato del bien comer		Total	
Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa

3. Calcula ahora con una regla de tres la proporción de cada sector. Deben sumar 360°.

Operaciones:

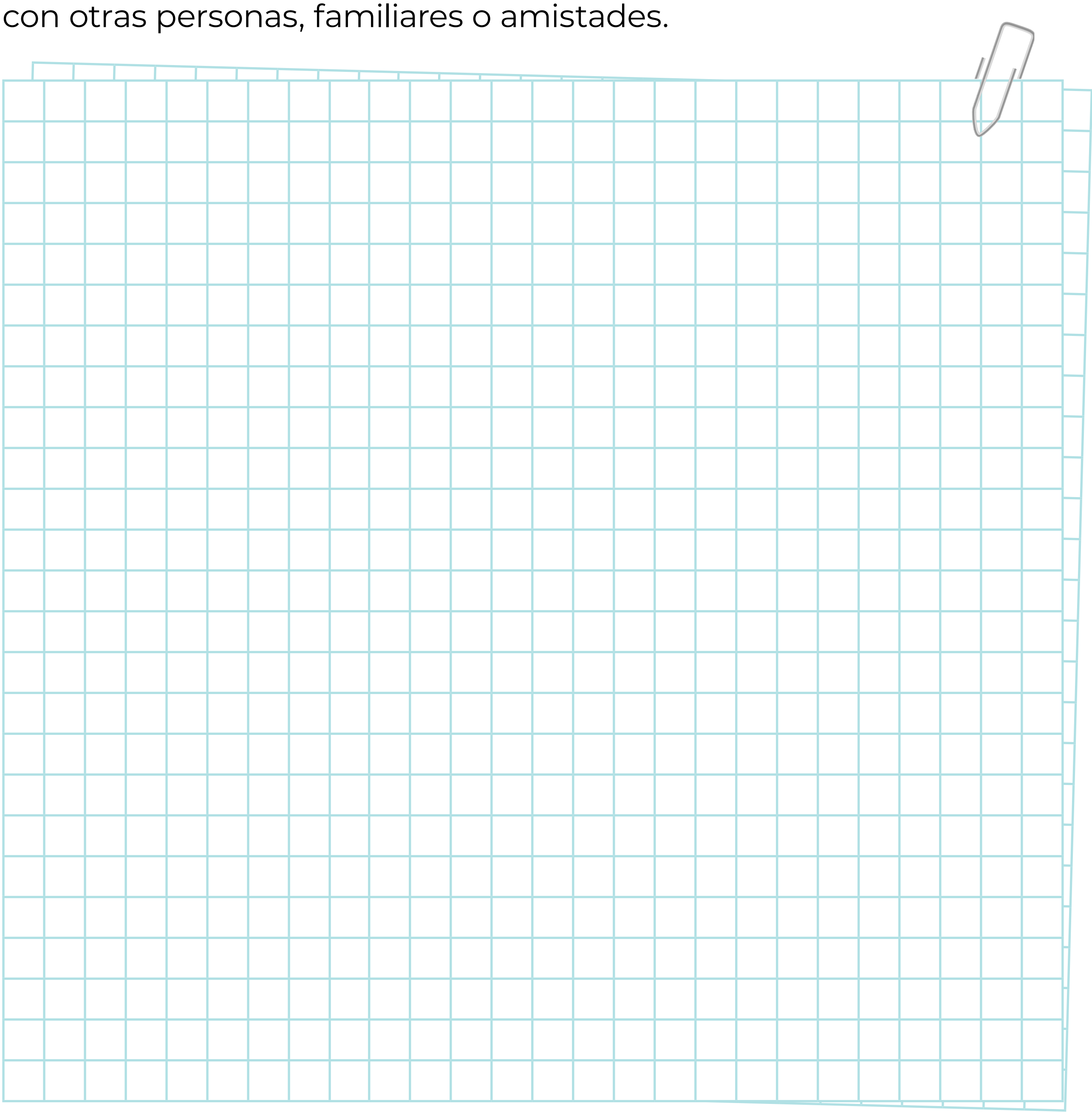
Grados que corresponden a la respuesta Sí

Operaciones:

Grados que corresponden a la respuesta No

Elabora la gráfica en el siguiente recuadro. Recuerda agregar título y leyenda.

Si tienes dificultades para hacer los cálculos y la gráfica, consulta con otras personas, familiares o amistades.



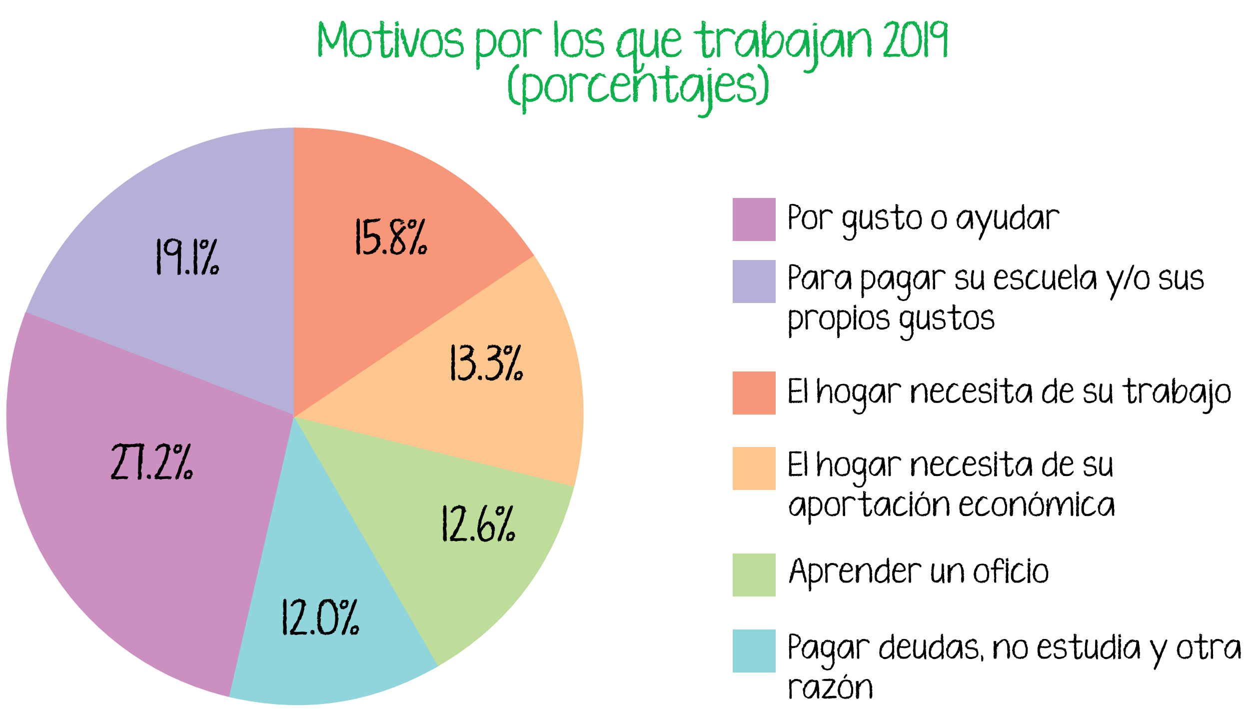
Cuando esté listo, reproduce tu gráfico en una hoja más grande; servirá de apoyo visual para tu proyecto.

Tema 3. Recolección y descripción de gráficas circulares

Ya que conoces las **gráficas circulares** o **de pastel**, puedes buscarlas en distintas fuentes confiables y practicar su descripción e interpretación. Aunque estas gráficas son muy populares debido a que son muy vistosas y fáciles de comprender, no siempre resultan adecuadas para describir todos los conjuntos de datos.

Es más común que encuentres otro tipo de gráficos en las fuentes confiables de información. Algunas instituciones, como el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), utilizan las **gráficas de pastel** en publicaciones o páginas de internet dirigidas al público en general, para simplificar la información estadística y hacerla más fácil de comprender.

Observa la siguiente gráfica.



Fuente: INEGI, *Encuesta Nacional de Trabajo Infantil* (ENTI) 2019.

Por el gusto de ayudar

Del total (que no se da a conocer) de participantes en la encuesta, la respuesta que dieron más niñas y niños a la pregunta "¿Cuál es el motivo por el que trabajas?" fue "Por gusto o ayudar", pues es el porcentaje más alto, 27 de cada 100 (27.2%) participantes respondieron esto.

Para pagar su escuela o para pagar sus propios gustos

En segundo lugar, 19 de cada 100 (19.1%) dijeron que lo hacían "para pagar su escuela o para pagar sus propios gustos".

El hogar necesita su trabajo

La tercera respuesta más mencionada fue que en su hogar se necesitaba de su trabajo, es decir, 16 de cada 100 (15.8%) lo hacen para cubrir las jornadas de trabajo, aunque no queda claro si dentro de la casa o fuera de ella.

El hogar necesita su aportación económica

La cuarta respuesta, "El hogar necesita de su aportación económica", fue enunciada por 13 de cada 100 niñas y niños encuestados (13.3%).

Aprender un oficio

En la quinta respuesta, 12 de cada 100 (12.6%) dijeron trabajar para "aprender un oficio".

Para pagar deudas, no estudia y otra razón

Finalmente, en la última categoría se juntaron las que tuvieron menos respuestas, como "Para pagar deudas", "Porque no estudia" y algunas otras razones. Juntas suman 12% del total reflejado en la gráfica de pastel.

Esta gráfica está elaborada a partir de los resultados de la Encuesta Nacional de Trabajo Infantil (ENTI) 2019; en ella se resumen las respuestas de niñas y niños que participaron en esta encuesta. Muestra los valores cuantitativos en la tabla de datos, pero también incluye, en dos líneas, una pequeña descripción de su contenido.

El título del gráfico o diagrama es un resumen de lo que contiene, así que presta atención al mismo. En este caso está incompleto porque la gráfica forma parte de un contenido donde ya se mencionó que el tema es el trabajo infantil.

Esta información es útil para asociaciones civiles o grupos de personas que trabajan con niñas y niños; para instituciones de gobierno como el Sistema Nacional para el Desarrollo Integral de las Familias (DIF), la Secretaría de Educación Pública (SEP), entre otras, que deben tomar decisiones y hacer valer los derechos de niñas y niños que requieren protección y estudios.

Ejemplo:

Si deseas conocer la producción de ganado bovino (vacas y toros) en todo México y, de esa cantidad, cuánto ganado se destina a la crianza y ordeña de leche, puedes consultar en el INEGI la Encuesta Nacional Agropecuaria 2019 o en su página en línea Cuéntame de México.

El 45.3%, aunque no lo dice en la lectura, representa la cantidad de 14 635 970 (catorce millones seiscientos treinta y cinco mil novecientos setenta) cabezas de ganado que eran para cría de becerros o producción de leche.

¿Cuánto se produce a nivel nacional?

En 2019, había 34 037 141 cabezas de **ganado bovino** de las cuales el 45.3% son vacas para cría de becerros o producción de leche:

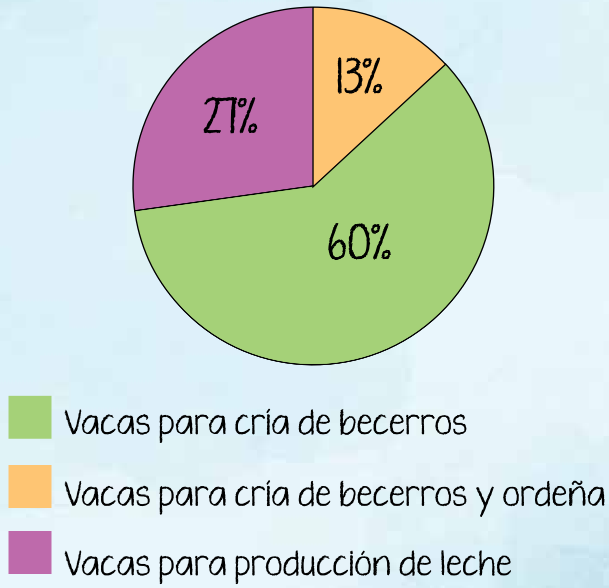
De esas 14 635 970 se sacaron otra vez porcentajes que presentan la información más específica.

Porcentaje de vacas según actividad 2019

Actividad	Porcentaje
Vacas para cría de becerros	59.7
Vacas para cría de becerros y ordeña	27.0
Vacas para producción de leche	13.3

Fuente: INEGI, Encuesta Nacional Agropecuaria 2019.

- 60 de cada 100 vacas se utilizan solamente para cría de becerros.
- 27 de cada 100 vacas se emplean tanto para cría de becerros como para ordeña.
- 13 de cada 100 vacas se usan solo para producción de leche.



Al interpretar los datos de las vacas que se destinan:

- 60% se utilizan únicamente para la cría de becerros.
- 27% se utilizan para ambas actividades.
- 13% se utilizan solo para la producción de leche.

El gráfico acompaña o es complemento de la tabla que contiene los datos. Como puedes ver, es la misma información en dos presentaciones distintas, por eso el gráfico la sustituye en muchas ocasiones.

Actividad 3. Para reforzar la descripción e interpretación de gráficas circulares, marca con una paloma ✓ las características que corresponden a las gráficas circulares.

Son gráficas muy populares porque son muy vistosas y fáciles de comprender. ☐

Resultan adecuadas para describir todos los conjuntos de datos. ☐

Simplifican la información estadística para su mejor comprensión. ☐

Presentan la información de forma distinta, pero con los mismo datos que la tabla que los contiene. ☐

Su título es un resumen de lo que contienen. ☐

La información que presentan puede servir para cualquier estudio de las personas que las analizan. ☐

En esta secuencia reconociste las características de los gráficos estadísticos, específicamente de las gráficas circulares, identificaste sus partes o componentes y apreciaste distintas fuentes confiables de información.

Actividad de cierre. **Practica lo aprendido.**

a) Completa cada frase con la palabra correcta.

confiable | fuente | sectores

información estadística | etiquetas de datos

Los gráficos tienen el objetivo de presentar ________ de manera confiable. Las ________ indican los valores de cada categoría en un gráfico. Un gráfico estadístico, para que sea ________, debe mencionar la ________ u origen de los datos graficados.

El gráfico circular permite visualizar las partes de un todo. Así como divides un pastel en rebanadas, también repartes el gráfico circular en ________.

b) Lee los siguientes datos, elabora una tabla con las frecuencias absoluta y relativa de cada dato, y después una gráfica circular basada en ellos.

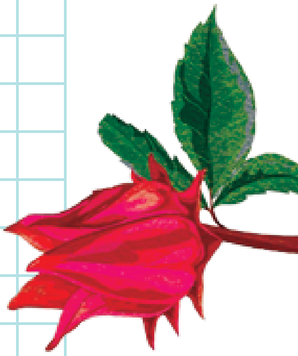
María está organizando la kermés de fin de cursos y elaboró un listado de guisados y bebidas para que las familias participen. En la tabla siguiente se registraron las personas que se comprometieron a cocinarlos y el tipo de guisado que escogieron.

Alimentos	Personas que se comprometieron a prepararlos
Pozole	7
Enchiladas rojas	12
Mole	4
Tacos dorados	8
Agua de jamaica	10

Construye la tabla, debe incluir frecuencia absoluta y frecuencia relativa, y representa su información en una gráfica circular.

Tabla:

Gráfica circular:



c) Responde las preguntas.

1. ¿Cuál es el total de personas que se registraron para participar en la preparación de los alimentos?

____

2. ¿Cuál es la frecuencia absoluta de personas que se anotaron para preparar pozole?

____

3. ¿Cuál es la frecuencia relativa de quienes prepararán agua de jamaica?

____

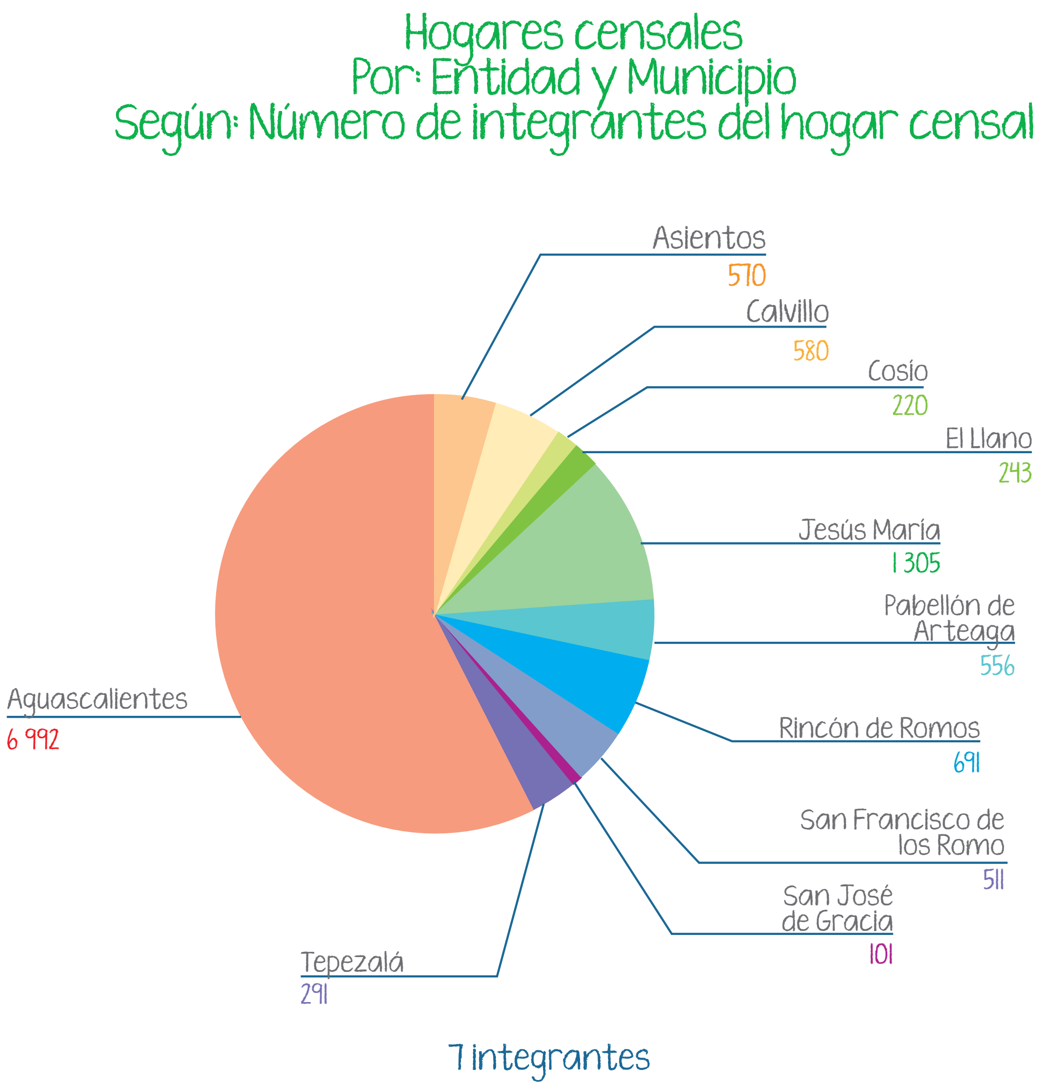
4. ¿Cuál es el guisado con menor cantidad de personas para prepararlo?

____

5. ¿Cuánto suman los porcentajes de la tabla?

____

d) Revisa la gráfica siguiente.



Fuente: INEGI. *Censo de Población y Vivienda 2020. Cuestionario Básico.*

f) Marca con una paloma ✓ si la frase es verdadera (V) o falsa (F), según corresponda.

Frases	V	F
La información estadística del gráfico fue recopilada en el Censo de Población y Vivienda 2020.		
Este diagrama es un buen ejemplo para saber en qué casos utilizar un gráfico circular.		
El gráfico muestra datos de un estado divididos por municipios.		
De acuerdo con el gráfico, en Tepezalá hay más hogares con 7 personas que en Asientos.		
El municipio donde hubo menor proporción de hogares integrados por 7 personas es San José de Gracia.		
Del total de hogares integrados por 7 personas en esta entidad, más de la mitad vive en el municipio de Aguascalientes.		

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Indagué sobre la alimentación saludable y el plato del bien comer.	
Hice una lista de los productos alimenticios de cada uno de los grupos del plato del bien comer.	
Diseñé y levanté una encuesta sobre alimentación saludable.	
Registré los datos de la encuesta en tablas.	
Hice una gráfica circular con los datos recabados mediante la encuesta.	

Secuencia

10

Medidas de tendencia central: la media aritmética

En esta secuencia conocerás las medidas de tendencia central y su utilidad para el estudio de un conjunto de datos, identificarás el promedio o media aritmética y resolverás problemas con esta medida.

PROYECTO

Asimismo, continuarás con el proyecto *Datos para una alimentación saludable*. Las actividades que forman parte del proyecto son las siguientes:

- Comparación del plato del bien comer con otras propuestas.
- Lectura sobre la separación de verduras y frutas, de acuerdo con el grupo de alimentos al que pertenecen las frutas.
- Cálculo de promedios semanales de los resultados de la encuesta.
- Identificación de los grupos de alimentos que más y que menos consumen a la semana las personas encuestadas.

Recuerda que para distinguirlas, se utiliza el ícono **PROYECTO**.

INICIO

Actividad de inicio. Repasa tus conocimientos previos para el desarrollo de esta secuencia. Marca con una paloma ✓ las frases que describan ideas correctas.

- Ordenar los datos en una tabla de forma ascendente significa acomodarlos de mayor a menor. ☐
- Los llamados datos estadísticos son aquellos que nos proporcionan información en números sobre temas específicos, que puede ser comparada, analizada e interpretada. ☐
- El dato estadístico se obtiene con instrumentos o herramientas como encuestas y censos. ☐
- Las representaciones visuales de los datos estadísticos, como pictogramas y gráficas circulares, distraen la atención y le restan seriedad a la información. ☐
- Se pueden realizar operaciones matemáticas distintas entre los datos de una tabla para obtener más información. ☐

Tema 1. Medidas de tendencia central

Ya conociste los **datos estadísticos**, aprendiste a ordenarlos en forma ascendente o descendente, según la información que deseabas resaltar y utilizaste **pictogramas** para representarlos.

Ya sabes que ordenar los datos en una tabla te permite observarlos en su conjunto y realizar operaciones entre ellos, para estudiar su comportamiento y obtener nuevos datos.

Ahora conocerás algunos tipos de mediciones que se pueden hacer sobre **información estadística**.

CONEXIONES

En el módulo *Pensamiento matemático 1*, en su unidad 3, conociste los datos estadísticos y valoraste su importancia para la toma de decisiones, tanto de las personas como de las empresas e instituciones de gobierno.

Observa la tabla siguiente. Es un ejemplo de **datos estadísticos** con las edades de niñas y niños obtenidas mediante una encuesta. Los datos ya están ordenados de menor a mayor, es decir, en **orden ascendente**.

Edades de las niñas y los niños participantes en la encuesta

0	0	1	1	2	2	3	3	3
4	4	5	5	6	6	6	7	7
7	8	8	8	9	9	9	10	10
10	10	10	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	14
14	14	14	14	14				

Si quisieras explicar esta información a otras personas, así como está, sería un tanto difícil. Puedes contar las veces que se repite cada valor y explicarlo: "De acuerdo con la encuesta que se llevó a cabo, en la muestra se encontró que había niñas y niños de diferentes grupos de edad: dos con cero años de edad; dos con un año de edad; dos con dos años..." y así, sucesivamente, hasta llegar a los 14 años.

Hay varias formas de resumir este conjunto de datos para que sea más breve su explicación, entre ellas se encuentran las **medidas de tendencia central**. Las más utilizadas son la **media aritmética**, **la mediana** y la **moda**.

Cuando los datos están ordenados en **forma ascendente**, estas medidas suelen encontrarse en el centro del conjunto de datos, por eso reciben este nombre.

Medidas de tendencia central	Resumen características	Presentan características típicas o representativas del conjunto de datos.
	Muestran localización	Muestran hacia dónde se ubica el elemento promedio o típico del grupo de datos, alrededor del cual se centra el resto.
	Son útiles	Sirven para comparar o interpretar valores entre sí y los obtenidos en dos o más grupos.
	Son tres, principalmente	Media aritmética, mediana y moda son las tres más conocidas.

Actividad 1. Repasa las nociones que acabas de leer. Completa las oraciones con las palabras que correspondan.

centro · mediana · resumir

moda · datos

comparaciones · media

Una tabla con datos ordenados permite observar en conjunto su contenido, realizar operaciones y obtener nuevos __________.

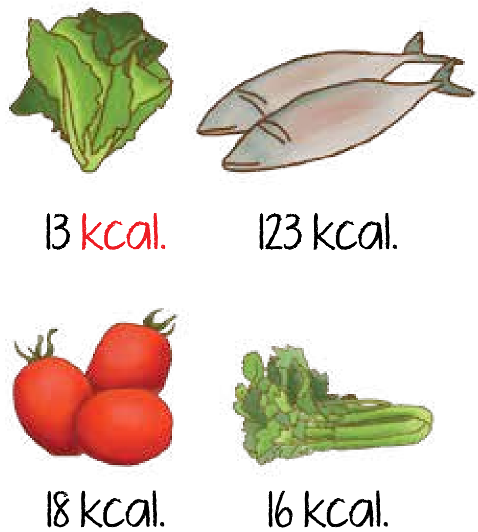
Las medidas de tendencia central son útiles porque permiten __________ algunas características de un conjunto de datos.

Estas medidas también permiten realizar __________ entre dos o más grupos de datos.

Las medidas de tendencia central se llaman así porque suelen encontrarse en el __________ del conjunto de datos.

Son tres principales medidas de tendencia central: __________, __________ y __________

Tema 2. El promedio o media aritmética



El **promedio** es una medida que se escucha cotidianamente en las noticias y se usa con frecuencia en la vida diaria. Por ejemplo, al calcular el **promedio** de calorías consumidas en un día, cuando se felicita a una persona con un **promedio** alto de rendimiento en su trabajo, cuando se menciona el **promedio** de nacimientos diarios en cierta región o país, entre otros.

CÓDIGO COMÚN

Kilocalorías (kcal): unidad para medir la cantidad de energía que proporcionan los alimentos.

El **promedio** también es conocido como **media aritmética**, es un valor que resume todos los datos de un conjunto y se simboliza de la siguiente manera:

$$\bar{X}$$

Para calcularlo, se suman todos los valores del conjunto de datos y se dividen entre el número de valores que se tienen. La fórmula es la siguiente:

$$\bar{X} = \frac{\text{suma de todos los valores del conjunto de datos}}{\text{número de valores}}$$

Por ejemplo, un grupo de amigos y amigas quieren comprar un ramo de flores para dar la bienvenida al nuevo maestro de arte de su escuela. Rosa dio 20 pesos, Omar 15 pesos, Claudia 22 pesos, Gilda 16 pesos y Moisés cooperó con 22 pesos, lo que da un total de 95 pesos. **¿Cuánto aportaron en promedio?**

Se reemplazan los valores en la fórmula:

$$\bar{X} = \frac{20 + 15 + 22 + 16 + 22}{5}$$

Se hacen las operaciones:

$$\bar{X} = \frac{95}{5} = 19$$

El resultado es $\bar{X} = 19$, significa que los cinco amigos aportaron un **promedio** de **19 pesos** cada uno. Esta cantidad representa a la mayoría de estos datos.

Comprueba con este mismo ejemplo por qué la **media** o **promedio** es una **medida de tendencia central**: si observas los datos tal como se anotaron en el problema, están acomodados así:

20 pesos, 15 pesos, 22 pesos, 16 pesos, 22 pesos

- Si los ordenas en forma ascendente, quedan de la siguiente manera:

15 pesos, 16 pesos, 20 pesos, 22 pesos, 22 pesos

- Ahora, compara tu resultado con los dos acomodos. Puedes ver en el segundo ordenamiento que el valor del **promedio** (19) se encuentra cercano al centro de los datos. Cuando los valores son similares, esto se cumple porque el **promedio** es el valor en torno al cual se agrupan los datos, por eso es una **medida de tendencia central**.

Si retomas el ejemplo sobre el conjunto de edades de 59 niñas y niños, con los datos ordenados de forma ascendente y calculas el promedio, el procedimiento es el mismo, pero un poco más largo.

Edades de las niñas y los niños participantes en la encuesta

Para representar una suma muy larga podemos utilizar puntos suspensivos.

0	0	1	1	2	2	3	3	3
4	4	5	5	6	6	6	7	7
7	8	8	8	9	9	9	10	10
10	10	10	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	14
14	14	14	14	14				

$$\bar{X} = \frac{0+0+1+1+2+2+3+3+3\ldots+13+13+13+13+13+13+13+13+14+14+14+14+14+14}{59}$$

Esto significa que el **promedio** de edad de las niñas y niños que participaron en la muestra es de **9.06** años. Este dato resume toda la información del cuadro en uno solo, pero no es suficiente, se requieren otras medidas o tendencias para que el resumen sea más completo, como se verá en las siguientes secuencias de esta unidad.

Actividad 2. Calcula el promedio (media aritmética) de los siguientes datos.

En un centro de salud, la persona enfermera tiene que calcular el promedio de estatura de quienes acudan a consulta y tengan entre 12 y 14 años. El día de hoy llegaron 12 pacientes con esas características, quienes midieron, en metros, lo siguiente:

1.35 m, 1.38 m, 1.38 m, 1.39 m, 1.40 m, 1.43 m

1.45 m, 1.57 m, 1.57 m, 1.60 m, 1.62 m, 1.65 m

- Escribe la operación que tienes que realizar para calcular la media aritmética y resuélvela.

Operación:

- Marca con una paloma ✓ el promedio de los pacientes de entre 12 y 14 años.

( ) 1.48 m ( ) 16.22 m ( ) 1.50 m

Susana recibió sus calificaciones de *Pensamiento matemático* de los últimos seis meses y quiere calcular su promedio para saber si alcanza una beca en la que le piden que tenga un mínimo de 9. Las calificaciones se muestran a continuación:

8, 9, 9, 10, 10, 10

- Escribe la operación que tienes que realizar para calcular la media aritmética y resuélvela.

Operación:

- Marca con una paloma ✓ el promedio de Susana.

(   ) 9 (   ) 9.3 (   ) 8

Teresa abrió una tienda de productos naturales para el cuidado de la piel y quiere conocer la edad promedio de sus primeras clientas, así que les pidió su edad. ¿Cuál es el promedio?

12, 15, 16, 20, 23, 25, 25, 28, 32, 34, 34, 35, 40, 42, 42

- Escribe la operación que tienes que realizar para calcular la media aritmética y resuélvela.

Operación:

- Marca con una paloma ✓ el promedio de edad de las clientas de Teresa.

( ) 27.8 años ( ) 30.3 años ( ) 28.2 años

Valeria vende jícama preparada y quiere calcular el promedio de sus ventas en esta semana sin el domingo, porque descansa:

- Escribe la operación que tienes que realizar para calcular la media aritmética y resuélvela.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
16	25	18	23	32	38

Operación:

- Marca con una paloma ✓ el promedio de ventas en la semana.

( ) 25.33 ( ) 24.2 ( ) 23

Tema 3. Problemas que involucran la media aritmética

El **promedio** es la **medida de tendencia central** más importante cuando se estudia un grupo de datos estadísticos, y es útil para la toma de decisiones cotidianas; algunos ejemplos:

En un Centro de Salud se puede obtener un **promedio** de pacientes atendidos al mes por tipo de enfermedad para considerar las medicinas e insumos necesarios para su atención.

En una línea de autobuses se puede obtener el **promedio** de personas que viajan todos los días hacia cierto destino, dato que ayuda a tomar decisiones para programar el número de corridas y los horarios.

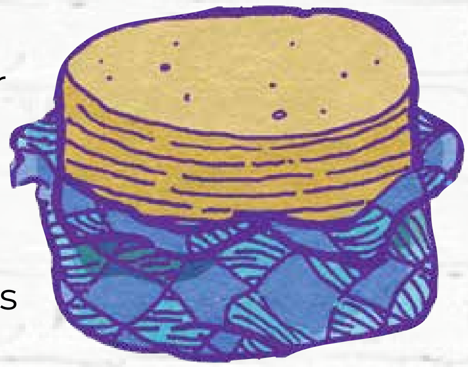
En una familia, para comprar tortillas o huevos de acuerdo con el **promedio** de lo que consumen en una semana.

La edad **promedio** de las personas consumidoras permite, a quienes diseñan algún producto, adecuarlo a sus gustos.

En resumen, el **promedio** se utiliza a diario en diferentes actividades porque permite conocer de manera general las preferencias o características de un conjunto de datos.

a) Observa cómo se resuelve el siguiente problema mediante el uso del promedio.

Ejemplo 1



Berenice y Luis venden tortillas hechas a mano por docena. Han decidido calcular el promedio de tortillas que obtienen por kilo de masa nixtamalizada, así que cuentan las elaboradas en un día. Ese día usaron 5 kilos de masa y obtuvieron los siguientes resultados:

Kilo 1	Kilo 2	Kilo 3	Kilo 4	Kilo 5
47	50	52	51	49

Como Berenice y Luis son muy ordenados, primero acomodan las cantidades de menor a mayor:

47, 49, 50, 51, 52

Luego, aplican la fórmula con los valores:

$$\bar{X} = \frac{\text{suma de todos los valores del conjunto de datos}}{\text{número de valores}}$$

$$\bar{X} = \frac{47 + 49 + 50 + 51 + 52}{5} = 49.8$$

Por cada kilogramo de masa de maíz nixtamalizado obtienen, en promedio, **49.8 tortillas**, casi 50 tortillas. Este promedio les va a servir para calcular cuántas docenas pueden vender, a qué precio y cuáles pueden ser sus ganancias por kilo de masa.

Ejemplo 2

Daniel vive en Sonora. Quiso comparar el promedio de lluvias en su estado durante los primeros siete meses de 2020 y de 2021, así que entró a la página de la Comisión Nacional del Agua (Conagua) para obtener información confiable.

Encontró los datos acerca de la precipitación pluvial (cantidad de lluvia medida en milímetros) durante ambos periodos y la acomodó en la tabla siguiente.

Mes	Precipitación pluvial (mm) en Sonora 2020	Precipitación pluvial (mm) en Sonora 2021
Ene	9.2	42.2
Feb	25.6	1.5
Mar	82.1	2.9
Abr	2.5	0.3
May	7.3	0.1
Jun	12.0	34.0
Jul	93.5	142.5
Total	232.2	223.5

El primer paso fue sumar las precipitaciones de cada periodo y agregar los totales en la tabla. A continuación, usó la fórmula para conocer el promedio de los datos de 2020.

$$\bar{X} = \frac{\text{suma de todos los valores del conjunto de datos}}{\text{número de valores}}$$

Como ya calculó la suma en cada columna, ya tenía el total de los valores del conjunto de datos y solo lo agregó a la fórmula; como son 7 meses, este número se escribe como denominador:

$$\bar{X} = \frac{232.2}{7} = 33.17$$

$\bar{X} = 33.17\text{ mm}$ es el **promedio** de lluvias en Sonora durantelos primeros siete meses de 2020.

Hace el mismo procedimiento para el año 2021:

$$\bar{X} = \frac{\text{suma de todos los valores del conjunto de datos}}{\text{número de valores}}$$

$$\bar{X} = \frac{223.5}{7} = 31.92$$

$\bar{X} = 31.92\text{ mm}$ es el **promedio** de lluvias en Sonora durante los primeros siete meses de 2021.

Daniel compara ambos resultados y observa que en Sonora llovió más, en **promedio**, durante el periodo señalado en 2020 que durante el mismo periodo de 2021.

En este caso, Daniel está comparando información de dos grupos de datos diferentes mediante el **promedio**.

Actividad 3. **Resuelve los problemas calculando los promedios.**

Recuerda siempre revisar tu procedimiento para ver si te saltaste algún paso o si hiciste mal una operación, suma cada valor y divídelo entre el total de valores.

a) Luciana quiere empezar a ahorrar energía eléctrica en el taller de costura que montó en su casa. Para medir sus progresos, decidió calcular el promedio de energía que le cobraron en sus últimos cinco recibos. Las lecturas son las siguientes:

Periodo de consumo	Consumo de energía (kWh)
Del 6 de febrero al 6 de abril	344
Del 6 de abril al 5 de junio	346
Del 5 de junio al 6 de agosto	337
Del 6 de agosto al 6 de octubre	319
Del 6 de octubre al 4 de diciembre	268

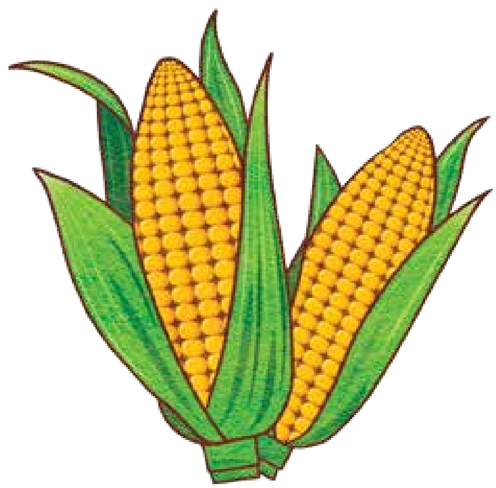
La energía eléctrica que se consume en los hogares o negocios se mide en kilovatios hora (kWh). Luciana decidió utilizar estos datos en lugar de hacer los cálculos con el dinero que pagó por ella, porque desconoce si hubo aumento en el costo de este servicio durante el periodo.

- Calcula el promedio de energía eléctrica que Luciana utilizó del 6 de febrero al 4 de diciembre.

- El promedio de energía eléctrica que Luciana utilizó del 6 de febrero al 4 de diciembre es de ______________ kWh.

b) Ya has trabajado con los datos sobre producción de maíz bajo el programa Riego + Temporal.

Estado	Producción de maíz en toneladas
Yucatán	30 199
Guerrero	116 830
Campeche	31 719
Veracruz	484 599
Nayarit	31 982
Oaxaca	180 063
Chiapas	201 287
Tamaulipas	543 838



Fuente: Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP). *Avance de siembras y cosechas. Resumen nacional por estado otoño-invierno 2020 Riego+Temporal.* Datos preliminares al 31 de diciembre de 2020.

- Calcula el promedio de producción de maíz de las entidades incluidas en la tabla.

- El promedio de producción de maíz en los estados de Yucatán, Guerrero, Campeche, Veracruz, Nayarit, Oaxaca, Chiapas y Tamaulipas durante el periodo de estudio es de ____________ toneladas.

PROYECTO

En lo posible, reúnete con tus familiares, amistades y *Círculo de estudio*.

a) Investiga y comparte información sobre dietas equilibradas para garantizar una alimentación saludable.

- Indaga en fuentes existentes en la *Plaza comunitaria*, bibliotecas públicas o por internet.
- Escribe brevemente una conclusión sobre esta lectura, si lo que encontraste se asemeja o es diferente de lo mencionado en el plato del bien comer. Esto implica hacer una comparación entre lo que investigaste y la información del plato del buen comer.

b) Lee en voz alta la siguiente lectura.

Lee en voz alta

Comparte la lectura

REVISTA DE DIVULGACIÓN CIENTÍFICA ▪ **LA MATEMÁTICA**

Consejos prácticos para mantener una alimentación saludable

Uno de los principales consejos que la Organización Mundial de la Salud (OMS) promueve para la alimentación saludable es el consumo diario de al menos 400 gramos de frutas, verduras y hortalizas, lo que ayuda a reducir el riesgo de desarrollar enfermedades no transmisibles como la diabetes, las cardiopatías, los accidentes cerebrovasculares y el cáncer.

Además de que se garantiza una **dieta** diaria con suficiente fibra que sirve al cuerpo para la regulación del tránsito intestinal, los niveles de colesterol en sangre, la saciedad y control del peso y la masa corporal, evitando el riesgo de sufrir sobrepeso y obesidad.

Para fortalecer el consumo de frutas y verduras se recomienda incluir:

- Verduras y frutas en todas las comidas y refrigerios.
- Frutas frescas y verduras crudas.
- Frutas y verduras frescas de temporada y de tu localidad.
- Una selección variada de verduras y frutas.

Generalmente, las verduras son más accesibles y puedes tener en casa un pequeño huerto para apoyar tu economía.

Para completar la recomendación de la OMS, en ningún caso se puede meter en el mismo saco a los jugos y a las frutas. El hecho de que las frutas y las verduras tengan azúcares naturalmente presentes en su composición no las convierte en un grupo alimentario a limitar, pero no pueden ser tan libres como las verduras, **ya que contienen carbohidratos** y hay que comerlos proporcionalmente, con cereales, por ejemplo.

Los jugos, naturales o procesados, concentran altos índices de azúcar y deben evitarse, además de que esta azúcar se va directamente a la sangre y carece de la fibra de la fruta.

En todas las comidas se deben combinar los tres grupos de alimentos (verduras, carbohidratos y proteínas), así como las grasas. Otra forma de entenderlos es de acuerdo con la forma como se aprovechan en el cuerpo:

- Alimentos para correr (que dan energía): los carbohidratos.
- Alimentos para crecer y para construir músculos: las proteínas.
- Alimentos para estar sano (los que dan vitaminas y minerales).

¿Qué alimentos procesados aumentan los niveles de azúcar y no deben confundirse con las frutas frescas o deshidratadas?

- Mermeladas
- Frutas en almíbar
- Helados
- Malteadas
- Jugos
- Licuados
- Concentrados
- Purés
- Refrescos

En lo posible, consulta en tu centro de salud o a una persona nutrióloga lo que te conviene, de acuerdo con tus características, para que cuides tu salud; además de realizar actividades físicas.

Fuente: Organización Mundial de la Salud, *Alimentación sana. Datos y cifras*, OMS, 2018, disponible en: https://bit.ly/3cvmzeS (Consulta: 16 de agosto de 2022).

c) Revisa la tabla donde vaciaste la encuesta.

- Anota los datos que obtuviste por grupos de alimentos y días a la semana por persona. Para eso, suma las cantidades de alimento de cada grupo por persona en la semana y anota el resultado en cada casilla.
- Como encuestaste a 20 personas, incluyéndote, tienes 20 respuestas por grupo.

Verduras									

Carbohidratos (frutas y cereales)									

Proteínas (vegetales y animales)									

Grasas (vegetales y animales)									

d) Calcula el promedio de los cuatro grupos de alimentos consumidos en una semana por las personas encuestadas.

Verduras

Carbohidratos (frutas y cereales)

Proteínas
(vegetales y animales)

Grasas
(vegetales y animales)

e) De acuerdo con tu encuesta y los promedios que calculaste, anota los cuatro grupos, comenzando por el que obtuvo el mayor promedio hasta llegar al menor.

1.
2.
3.
4.

f) Practica el análisis cualitativo y haz una breve descripción de tus resultados o promedios: ¿se consume mucho más de un grupo?

g) En grupo discute los promedios de consumo obtenidos mediante tu encuesta para analizar la posibilidad de hacer compras en común de frutas y hortalizas, con la finalidad de abaratar costos.

En esta secuencia conociste qué es la media aritmética o promedio y cómo se utiliza para analizar un grupo de datos estadísticos para la resolución de problemas. Aprendiste a calcularla y a comparar resultados entre sí.

Actividad de cierre. Para que refuerces lo aprendido, resuelve el siguiente problema.

Ricardo tiene las calificaciones de Yuriria, su hija, quien cursa 3° de secundaria. Para el bachillerato al que desea ingresar le piden un promedio general de secundaria mínimo de 8. Ricardo está preocupado porque observa varias calificaciones por debajo de esta cifra.

Primer grado	
Materias	Calificaciones
Español I	7
Matemáticas I	8
Ciencias I	6
Geografía de México y del Mundo	9
Educación Física I	10
Tecnología I	9
Artes I	10
Segunda lengua I	7

Segundo grado	
Materias	Calificaciones
Español II	6
Matemáticas II	8
Ciencias II	7
Historia I	7
Formación Cívica y Ética I	7
Educación Física II	9
Tecnología II	8
Artes II	8
Segunda lengua II	7

Tercer grado	
Materias	Calificaciones
Español III	7
Matemáticas III	7
Ciencias III	9
Historia II	8
Formación Cívica y Ética II	9
Educación Física III	10
Tecnología III	10
Artes III	10
Segunda lengua III	10

1. Calcula el promedio de Yuriria en el primer año.

- ¿Cuál es el promedio que Yuriria tuvo en el primer año?

2. Calcula el promedio de Yuriria en el segundo año.

- ¿Cuál es el promedio que Yuriria tuvo en el segundo año?

3. Calcula el promedio de Yuriria en el tercer año.

- ¿Cuál es el promedio que Yuriria tuvo en el tercer año?

____

4. Calcula el promedio general que obtuvo en la secundaria.

- ¿Cuál es el promedio general? ______________________________

5. ¿Alcanzará Yuriria el promedio que le solicitan para ingresar en el bachillerato que desea?

____

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Comparé el plato del bien comer con otras propuestas.	
Leí sobre la separación de verduras y frutas, de acuerdo con el grupo de alimentos al que pertenecen las frutas.	
Calculé promedios semanales de los resultados de la encuesta.	
Identifiqué los grupos de alimentos que más y que menos consumen a la semana las personas encuestadas.	

Secuencia

11

Medidas de tendencia central: la mediana y la moda

En esta secuencia aprenderás acerca del comportamiento de un conjunto de datos, comprenderás el uso e interpretación de otras dos medidas de tendencia central, como son la mediana y la moda, y además resolverás problemas que involucran a ambas .

PROYECTO

Continuarás con el proyecto *Datos para una alimentación saludable*. Las actividades que son parte del proyecto son las siguientes:

- Identificación de la moda en el consumo de los diferentes grupos alimenticios de la encuesta sobre alimentación saludable.
- Recopilación de recetas saludables con ingredientes de los cuatro grupos de alimentos.
- Escritura de frases para motivar el consumo saludable de alimentos.

Recuerda que, para distinguir estas actividades, se utiliza el ícono **PROYECTO**.

INICIO

Actividad de inicio. **Para identificar tus conocimientos previos haz lo que se te solicita.**

a) Marca con una paloma ✓ las respuestas correctas de las siguientes preguntas.

1. Si se planea registrar un conjunto de datos sobre la edad de la población de una ciudad, ¿cuál tipo de medida es la más adecuada?
   - Días ( )
   - Años ( )
   - Meses ( )
   - Minutos ( )

2. ¿Cuál es el conjunto de datos que puede estar relacionado con la altura de una persona adulta?
   - 25 cm, 52 cm, 38 cm ( )
   - 160 años, 68 años, 13 años ( )
   - 168 cm, 150 cm, 180 cm ( )
   - 2.5 m, 6.8 m, 28 m, 0.5 m ( )

3. En un conjunto de datos es posible que uno o varios de los valores se repita.
   - Verdadero ( )
   - Falso ( )

4. Es el último valor del conjunto de datos 26, 6, 58, 692, 12, 845, 35, 6, 8, 8, 2, 45, 6, 97, si se encuentra ordenado de forma ascendente.
   - 8 ( )
   - 692 ( )
   - 2 ( )
   - 845 ( )

5. Conjunto de datos ordenados de forma ascendente.
   - 2, 6, 5, 9, 5, 10, 22 ( )
   - 3, 8, 11, 19, 35, 34, 46 ( )
   - 8, 11, 21, 45, 84, 101 ( )
   - 6, 25, 36, 29, 65, 120 ( )

b) Explica con tus palabras qué entiendes por moda.

Tema 1. La mediana de un conjunto de datos

En la secuencia anterior se abordó la **media** $(\overline{X})$, valor que representa un conjunto de datos como su **promedio**.

En el ejemplo, Alma quiere calcular su **promedio** final en *Pensamiento matemático*, en donde obtuvo las calificaciones siguientes:

$$8, \quad 9, \quad 10, \quad 9, \quad 10, \quad 10$$

Al utilizar y sustituir en la fórmula:

$$\overline{X} = \frac{\text{suma de todos los valores del conjunto de datos}}{\text{número de valores}}$$

$$\overline{X} = \frac{8 + 9 + 10 + 9 + 10 + 10}{6} = 9.3$$

$\overline{X} = 9.3$, es decir, su **promedio** es de 9.3.

La **mediana** es también una medida representativa de un conjunto de datos. Esta no se calcula por medio de una fórmula, sino que se obtiene de manera directa del conjunto de datos.

La **mediana** es, en sí, el dato que se encuentra en medio de un conjunto de datos que fue ordenado de manera ascendente.

Por ejemplo, en el siguiente conjunto:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \boxed{5},\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$$

El número **5** se encuentra en la quinta posición; en sí, es el dato que se encuentra a la mitad del conjunto ordenado. Por lo tanto, es llamado **mediana**.

El ejemplo anterior es para cuando se tiene un conjunto con un número impar de datos. Si se agrega un dato más:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \boxed{5},\ \boxed{6},\ 7,\ 8,\ 9,\ 10$$

Se tienen dos números intermedios en vez de uno. En este caso, para conocer la mediana se calcula la **media** o el **promedio** entre ambos:

$$\frac{5+6}{2} = 5.5$$

Primero se suman 5 + 6 y el resultado es 11, número que al dividirse entre 2 da como resultado 5.5. La **mediana** del conjunto es el número 5.5.

Cuando se reúnen los datos, por ejemplo, mediante alguna encuesta, estos no están ordenados. Si se preguntara a 10 personas cuántas mascotas tienen y las siguientes fueran las respuestas:

5, 4, 2, 1, 0, 3, 2, 3, 1, 1

Para conocer la **mediana** de estos datos es necesario ordenarlos de la siguiente manera:

0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5

Después se seleccionan los datos intermedios, ya que es un conjunto con una **cantidad par de datos**:

0, 1, 1, 1, $\boxed{2}$, $\boxed{2}$, 3, 3, 4, 5

A partir de esto, se calcula la **mediana**:

$$\frac{2+2}{2} = \frac{2}{2} = 2$$

Analizando el conjunto de datos, se puede ver que el menor número de mascotas que se tiene es de cero, sin mascotas, y el mayor es de 5. El cero sí se cuenta porque es una respuesta que se dio.

La **mediana 2** da una idea de cuál es el valor que se ubica o posiciona a la mitad y no a los extremos, en relación con el número de mascotas que dicen tener estas 10 personas, que representan a una parte de la población y por eso son una **muestra**.

Actividad 1. Repasa lo aprendido.

a) Ordena cada una de las series de datos de forma ascendente y obtén el valor de la mediana en el centro de los datos.

8, 6, 2, 4, 9, 10, 8, 6, 4, 2, 3, 9, 4, 4, 2

Valor de la mediana: ______________________________

5, 3, 2, 6, 8, 8, 2, 7, 8

Valor de la mediana: ______________________________

250, 211, 198, 300, 224, 268, 259

Valor de la mediana: ______________________________

Tema 2. La moda de un conjunto de datos

Comúnmente se utiliza la palabra **moda** para referirse a algún comportamiento o tendencia actual; por ejemplo, el uso de algún tipo de prenda de ropa, el género de música más escuchado, el lugar de reunión más visitado, entre otras, porque son los favoritos.

En un conjunto de datos, se le llama **moda** al dato más repetido.

9, 6, 5, 2, 7, 8, 1, 6, 9, 5, 4, 8, 5, 3

Para reconocer el dato más mencionado, se cuentan cuántos datos hay de cada tipo:

Datos	Número de veces que se encuentra en el conjunto
1	1 vez
2	1 vez
3	1 vez
4	1 vez
5	**3 veces**
6	1 vez
7	1 vez
8	2 veces
9	2 veces

Por lo tanto, la moda es el número 5.

Para obtener la **moda** no es necesario que el conjunto de datos se encuentre ordenado solo deben contarse las veces que se repiten las diferentes cantidades.

Por ejemplo, en el siguiente conjunto de datos:

3, 4, 8, 4, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 3

El número **8** solo se encuentra 1 vez.

El número **3** se encuentra 4 veces.

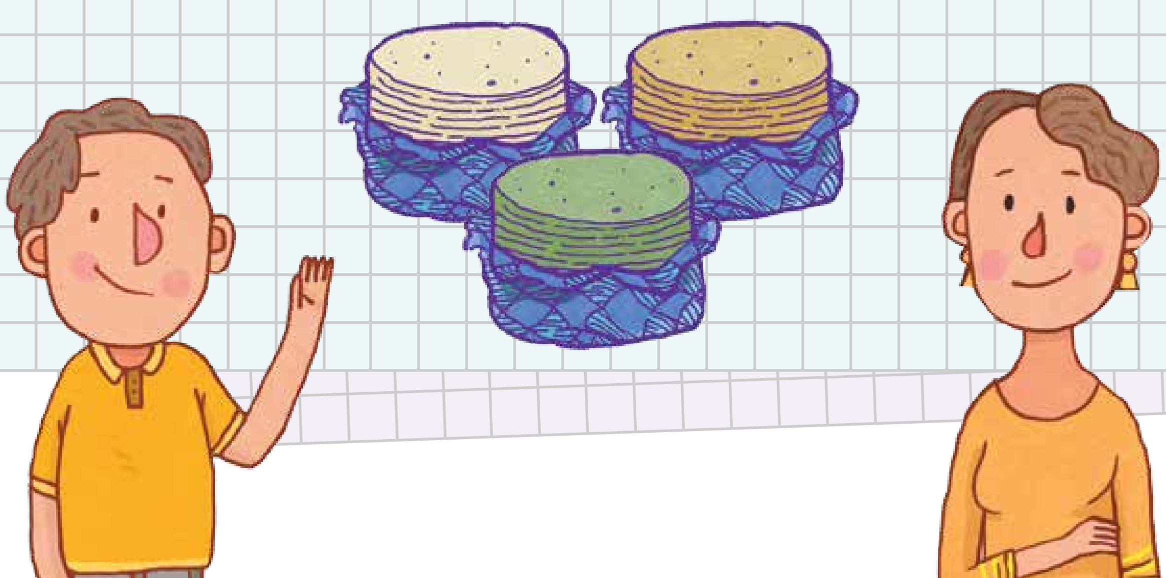
El número **4** se repite 6 veces.

3, 4, 8, 4, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 3

4 es la moda del conjunto.

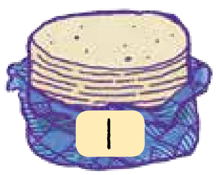
La moda es muy útil, los negocios de comida la pueden utilizar para conocer la tendencia en la compra de sus platillos, como en este ejemplo:

Emiliano y Josefina ofrecen en su taquería tortillas de harina, tortillas de maíz y tortillas de nopal.

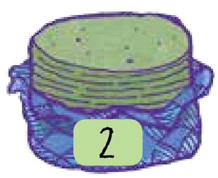


Para saber qué tipo de tortilla prefieren las personas, hicieron una encuesta a una muestra de 20 personas y tuvieron los siguientes resultados, donde 1 es la tortilla de harina, 2 es la tortilla de maíz y 3 representa la tortilla de nopal:

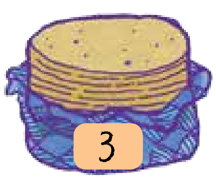
1, 3, 3, 2, 3, 1, 3, 2, 2, 3, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 3, 3, 3



Tortilla de harina, mostrada como el número 1, suma 4 preferencias.



Tortilla de maíz, como número 2, suma 8 preferencias.



Tortilla de nopal, como número 3, suma 8 preferencias.

En este caso, tanto el número 2 como el 3 se repiten el mismo número de veces. A diferencia de la **mediana** (donde si dos valores se encuentran a la mitad de los datos se deben sumar y dividir), se puede tener **más de una moda**.

Las **modas** del problema, por lo tanto, son 2 y 3 (las tortillas de maíz y las tortillas de nopal). Esto quiere decir que Josefina y Emiliano deberán ofrecer, principalmente, tortillas de maíz y nopal en su restaurante para atraer a más clientes.

Actividad 2. Para reafirmar lo aprendido, anota la moda de cada uno de los conjuntos de datos.

5, 6, 2, 4, 6, 4, 6, 5, 2, 8, 4, 5, 6, 6, 2, 7, 5

Moda

2, 6, 7, 7, 2, 6, 3, 7, 1, 9, 8, 5, 7, 5, 3, 4, 1

Moda

9, 6, 2, 7, 2, 8, 3, 6, 2, 4, 2, 5, 4, 7, 2, 2, 2

Moda

6, 7, 9, 9, 3, 4, 5, 9, 1, 9, 6, 9, 5, 4, 7, 9, 9

Moda

5, 4, 2, 5, 6, 9, 5, 6, 8, 5, 7, 5, 2, 6, 5, 2, 5

Moda

5, 6, 8, 4, 9, 4, 2, 6, 4, 7, 4, 1, 5, 4, 5, 4, 1

Moda

Tema 3. Problemas que involucran la mediana

La **mediana** se puede utilizar para conseguir un valor característico o intermedio de un conjunto de datos, sin la necesidad de calcularlo mediante una fórmula con todos los valores.

A continuación, lee con atención un par de problemas en los que es necesario obtener la **mediana**.

Ejemplo 1

Durante el examen físico de un grupo de personas se tomaron las siguientes alturas en centímetros:

142, 165, 163, 171, 165, 159, 160, 158, 179, 180, 156, 162, 167, 153, 175

Si se quiere conocer cuál es, aproximadamente, la altura intermedia del grupo o su **mediana**, se sigue el procedimiento de ordenar y contar posiciones.

Este es el mismo conjunto de datos, pero ordenado de menor a mayor:

142, 153, 156, 158, 159, 160, 162, 163, 165, 165, 167, 171, 175, 179, 180

Al contar el número de datos, vemos que son 15. Por lo tanto, la **mediana** se encuentra en la posición 8 y corresponde al número:

1 6 3

Ejemplo 2

En un *Círculo de estudio,* las personas educandas obtuvieron las siguientes calificaciones en *Pensamiento matemático 1.*

8.2, 7.5, 6.9, 9.1, 8.2, 4.6, 8.8, 2.5, 9.8, 7.9, 8.4, 6.9 , 3.2, 8.6, 10, 9.8, 6.7, 7.8

Si se quiere conocer la o las calificaciones que dividen en dos el grupo, se ordenan de forma ascendente:

2.5, 3.2, 4.6, 6.7, 6.9, 6.9, 7.5, 7.8, 7.9, 8.2, 8.2, 8.4, 8.6, 8.8, 9.1, 9.8, 9.8, 10

Al contar el número de datos resultan 18, por lo tanto, la mediana es el promedio de las posiciones novena y décima, que tienen los valores 7.9 y 8.2:

La mediana de las calificaciones es:

8. 0 5

$$\frac{7.9 + 8.2}{2} = \frac{16.1}{2} = 8.05$$

Actividad 3. Practica lo aprendido.

a) Resuelve los problemas calculando la mediana.

En el trabajo de Roxana quieren conocer el peso intermedio (mediana) de las personas que colaboran en cada una de las áreas.

Los conjuntos de los pesos de las personas, por área, son los siguientes.

Área administrativa

59, 65, 68, 58, 60, 69, 68, 70, 65, 60, 79, 82

Conjunto de datos ordenado:

Mediana: ______________________________

Área operativa

71, 68, 56, 59, 65, 64, 69, 59, 65, 68

Conjunto de datos ordenado:

Mediana: ______________________________

Área de almacén

72, 69, 67, 62, 64, 59, 58, 63, 76, 72, 71

Conjunto de datos ordenado:

Mediana: ______________________________

Área de distribución

65, 69, 72, 59, 58, 59, 56, 71

Conjunto de datos ordenado:

Mediana: ______________________________

b) Si quieren conocer el peso intermedio de todo el conjunto del personal del centro de trabajo, escribe el conjunto de datos ordenado que es necesario y obtén la mediana.

Mediana: ______________________________

Tema 4. Problemas que involucran la moda

Recuerda que la **moda** se puede tomar como el valor más popular o repetitivo en un conjunto de datos.

A continuación, se resuelven un par de problemas en los que es necesario obtener la **moda**.

Ejemplo 1

Amalia e Ignacio están organizando una liga de futbol infantil mixta en su colonia. El primer día llegan 13 niños y niñas a inscribirse; sus edades son las siguientes:

12, 9, 8, 10, 8, 9, 8, 11, 8, 12, 8, 8, 7

Para conocer de qué edad hubo niños y niñas que más se interesaron en inscribirse a la liga, Amalia e Ignacio registraron las veces en que se repite cada edad:

Edad	Veces que se repite
7 años	1 vez
8 años	**6 veces**
9 años	2 veces
10 años	1 vez
11 años	1 vez
12 años	1 vez

Tras revisar el cuadro, se dieron cuenta de que la edad más repetida es de **8 años**, esta **moda** puede indicar también la edad más común en la población infantil de la colonia.

Ejemplo 2

¿Recuerdas las calificaciones del grupo de estudiantes del *Círculo de estudio* donde se calculó la **mediana** en el tema anterior? Ahora hay que calcular la moda.

8.2, 7.5, 6.9, 9.1, 8.2, 4.6, 8.8, 2.5, 9.8, 7.9, 8.4, 6.9, 3.2, 8.6, 10, 9.8, 6.7, 7.8

Observa los datos, los valores que se repiten más veces son el 6.9, el 8.2 y el 9.8, dos veces cada uno. Por lo tanto, este conjunto de datos tiene tres modas: las calificaciones 6.9, 8.2 y 9.8.

Actividad 4. Resuelve los problemas identificando la moda en los diferentes grupos de edades.

a) Haz el análisis en el recuadro.

21, 20, 25, 21, 26, 24, 22, 24, 26, 25, 26, 24, 2,1 23, 25, 24

Moda: ______________________

6, 9, 8, 5, 6, 4, 7, 6, 2, 8, 5, 9, 6, 3, 4

Moda: ______________________

68, 58, 69, 62, 56, 57, 59, 52, 41, 65, 68, 73, 64, 46 57

Moda: ______________________________

8, 6, 4, 2, 5, 3, 6, 5, 4, 8, 2, 1, 5, 8, 4, 6, 3, 2, 5, 4, 8, 2

Moda: ______________________________

b) Escribe el conjunto de datos que queda si juntas los grupos de edades de los incisos **a** y **b**, y encuentra su moda.

Conjunto de datos ordenado:

Moda: ______________________________

PROYECTO

a) Con los datos que obtuviste de la encuesta sobre alimentación saludable, los cuales registraste en tablas en la secuencia 10, identifica la moda del principal grupo de alimentos que consumen las personas que contestaron la encuesta.

Para ello, puedes utilizar la siguiente tabla y terminar de llenarla.

Alimentos por grupo consumidos a la semana por las personas encuestadas	
Grupo de alimento	**Número de veces que se consume en la semana**
Verduras	
Carbohidratos	
Proteínas animales y vegetales	
Grasas	

b) Escribe a qué grupo de alimentos corresponde la moda.

En cuanto al consumo de carnes rojas, la Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda reducir su consumo hasta tres días como máximo en una semana y evitar en lo posible las **carnes procesadas**, altas en sodio y conservadores, para prevenir enfermedades como el cáncer colorrectal.

En su lugar es preferible el consumo de carnes blancas como el pescado y los platillos a base de proteínas de origen vegetal como frijoles negros, lentejas, chía, quinoa, entre otras; combinadas con grasas también de origen vegetal como almendras, nueces, cacahuates, pepitas, entre otras.

c) Reúnete con amistades, familia y personas de tu *Círculo de estudio* para crear una tertulia gastronómica, como un espacio de encuentro para intercambiar información entre personas de distintas edades.

d) Comparte conocimientos y recetas para la preparación de guisados saludables, variados, equilibrados y económicos que incluyan todos los grupos de alimentos en las proporciones adecuadas, de acuerdo con lo que has leído hasta ahora.

e) Completa la siguiente tabla con una selección de las recetas compartidas, guiándote por el ejemplo. En caso de que tengas dudas acerca de la composición del guisado, consulta en libros o en internet.

Composición de guisados por grupo alimenticio				
Guisado	Grupos alimenticios			
	Verduras	Carbohidratos	Proteínas animales y vegetales	Grasas
Tostadas de nopales a la mexicana con pollo	Nopales, cebolla, jitomate y cilantro	Tostadas	Pollo	Aceite de olivo

f) Escribe tres frases que motiven a las personas para reducir el consumo de alimentos no saludables y tres para que incrementen el consumo de alimentos saludables.

Reducción de alimentos no saludables

1. ____
____

2. ____
____

3. ____
____

Incremento de consumo de alimento saludables

1. ____
____

2. ____
____

3. ____
____

En esta secuencia aprendiste a obtener la mediana en un conjunto de datos siempre ordenados y la moda o lo más repetitivo en un conjunto de datos. Además, reconociste estos dos valores en un conjunto de problemas.

Actividad de cierre. **Repasa lo aprendido.**

Marca con una paloma ✓ si lo que se describe en las siguientes frases es verdadero (V) o falso (F).

Frase	V	F
La mediana es el promedio calculado de un conjunto de datos a partir de una fórmula.		
La mediana y la moda son datos característicos de un conjunto, que muestran la tendencia y un valor intermedio aproximado.		
En un conjunto de datos, la mediana se obtiene con el valor que se encuentra en medio de los datos sin importar el orden.		
Si un conjunto de datos es impar, la mediana es el valor del centro, y si es par, es el promedio de los dos valores que están en la mitad.		
La moda es el único dato que se repite el mayor número de veces en un conjunto.		
10 es la mediana del siguiente conjunto: 1, 2, 2, 3, 8, 9, 12, 12, 14, 15		
6 es la única moda del siguiente conjunto: 6, 6, 6, 9, 8, 5, 4, 6, 2, 5, 8, 3, 5, 5, 7, 1		

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Identifiqué la moda en el consumo de los diferentes grupos alimenticios de la encuesta sobre alimentación saludable.	
Recopilé recetas saludables con ingredientes de los cuatro grupos de alimentos.	
Escribí frases para motivar el consumo saludable de alimentos.	

Secuencia

12

Medidas de dispersión: rango y desviación media

En esta secuencia conocerás las medidas de dispersión y su utilidad para el estudio de un conjunto de datos estadísticos, ya que proporcionan conocimiento adicional acerca de la forma como se comportan estos datos.

PROYECTO

Terminarás el proyecto *Datos para una alimentación saludable*. Las actividades en esta secuencia son:.

- Cálculo del rango de conjuntos de datos provenientes de la encuesta levantada.
- Revisión y selección de la información trabajada en las secuencias.
- Diseño de un medio gráfico para compartir la información con otras personas.
- Identificación de acciones y compromisos que las personas pueden llevar a cabo para mejorar su alimentación.
- Elaboración de un instrumento para verificar el cumplimiento de compromisos.

Recuerda que, para distinguir estas actividades, se utiliza el ícono **PROYECTO**.

INICIO

Actividad de inicio. Para identificar tus saberes sobre los temas que se tratarán, realiza lo siguiente.

a) Marca con una paloma ✓ si los casos se resuelven con medidas de tendencia central o no.

Casos	Sí	No
Carlos quiere saber el promedio de sus calificaciones en el último año del bachillerato.		
Rosa es mamá y quiere saber cuánto tiempo pasó desde que tuvo su primer hijo hasta que tuvo el último.		
La profesora Tere quiere saber el peso aproximado de un niño de tres años.		
Martha y Luis necesitan el dato de la edad más repetida en México para su tarea.		
Un periodista quiere conocer la desigualdad económica de su país, cuál es el salario más bajo y el más alto.		
Mateo requiere estimar cuál suele ser la temperatura a las 12:00 p.m. en la Ciudad de México, un día de primavera.		

Casos	Sí	No
El maestro Moisés quiere saber qué tan distintos son los promedios de los alumnos de su salón.		
José está empacando fresas para comercializarlas y aparta las que no cumplen con el tamaño que le piden. Quiere saber qué tanta diferencia hay entre las fresas que apartó y las que sí empacó.		
Jaime fabrica zapatos de una misma talla. Quiere saber qué tanto se ha equivocado con respecto de la medida exacta que deben tener sus productos.		
Cristina tiene una fábrica de costura y está elaborando ropa casual, por lo que requiere saber las estaturas promedio para las mujeres y hombres adultos en México.		

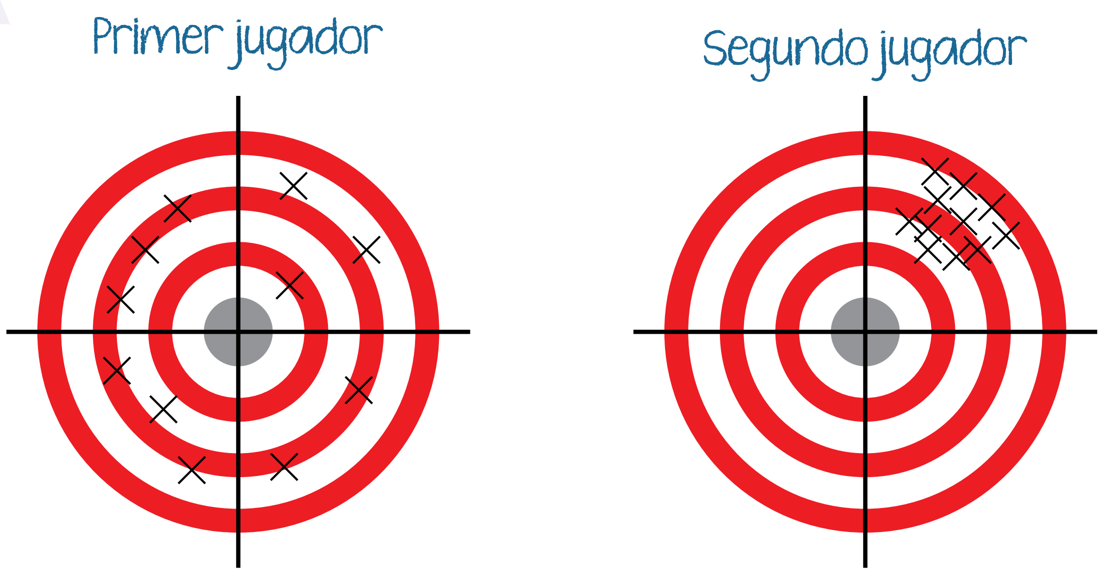
Si tuviste dudas en este ejercicio, considera que algunos casos se retomarán más adelante.

Tema 1. Las medidas de dispersión

En las secuencias anteriores aprendiste las **medidas de tendencia central**, que son la **media aritmética**, la **moda** y la **mediana**. Estas te dicen cómo se comportan los datos en **promedio**, es decir, tratan de resumir los datos en uno que los represente.

Las **medidas de dispersión** te indican qué tanto son diferentes los datos entre sí. Al utilizar ambos tipos de medidas puedes describir mejor tu conjunto de datos.

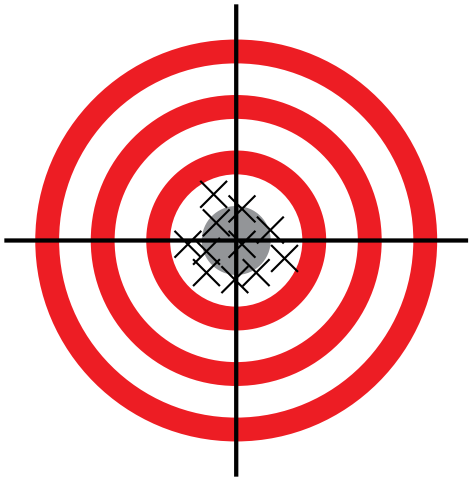
Lee el siguiente ejemplo. Dos deportistas de tiro al blanco obtuvieron los siguientes resultados.



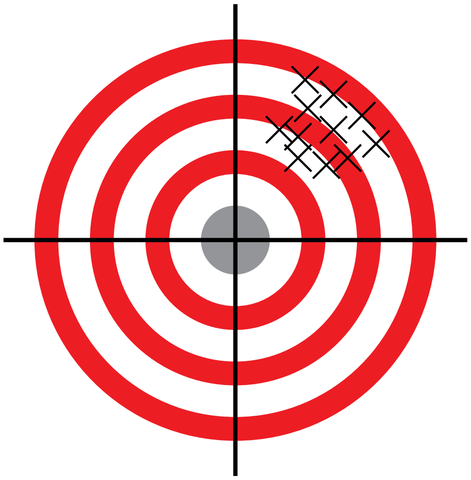
Observa dónde han caído los tiros de cada uno de los jugadores: el primero tiende a lanzar sus dardos cerca del objetivo, mientras que el segundo los tira lejos; pero, aunque están lejos del objetivo, los dardos del jugador de la derecha están más cercanos entre ellos, es decir, tienen menos desviación.

Entonces, solo haría falta entrenarlo para que enfoque un poco hacia abajo y otro poco hacia la izquierda.

Después de enseñarle a enfocar correctamente hizo así su tirada:

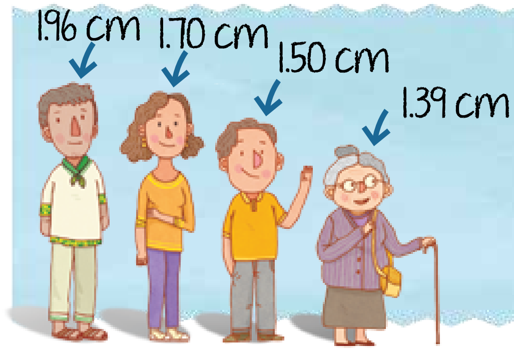


Las **medidas de dispersión**, como indica su nombre, ayudan a identificar qué tan separados están los datos, es decir, qué tan distintos son entre sí.



Si comparas estas dos figuras, los tiros tienen el mismo centro, pero su dispersión es diferente. Conocer la tendencia central no es suficiente, hace falta conocer también la dispersión.

Algunas preguntas que suelen resolverse al analizar las medidas de dispersión son, por ejemplo:

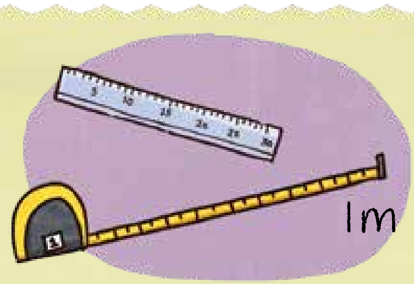


¿Cuánto varía la estatura en un grupo de estudio?

¿Cómo cambia la temperatura de un lugar en las diferentes estaciones del año?

¿Qué tan diferentes son los salarios en un país?

¿Cuánto puede variar el resultado de medir la longitud del mismo objeto con diferentes instrumentos (regla, cinta métrica, flexómetro)?



Actividad 1. Para reafirmar los conocimientos que acabas de ver, realiza lo siguiente.

a) Marca con una paloma ✓ si lo que se describe en las siguientes frases es verdadero (V) o falso (F).

FRASES	V	F
No puedes utilizar las medidas de dispersión y las medidas de tendencia central para estudiar la misma serie de datos.		
Las medidas de dispersión te indican qué tan diferentes son los datos entre sí.		
¿Qué tanto varía el tamaño de los cuernos de un grupo de vacas? es una pregunta que puede resolverse con medidas de dispersión.		
La media aritmética es una medida de dispersión.		

Tema 2. El rango

Hay dos casas, en cada una de ellas habitan nueve personas. Se ha promediado el peso de las habitantes de cada una y resulta que en ambas el peso promedio es de 66.33 kg.

¿Qué opinas tú? ¿Las personas que viven en la casa 1 deben tener pesos similares a las que viven en la casa 2?

Podría ser que no.

Los pesos de quienes habitan las casas se encuentran en las siguientes tablas:

Casa 1

62 kg	**57 kg**	71 kg	**74 kg**	61 kg	63 kg	70 kg	59 kg	62 kg

Casa 2

70 kg	86 kg	30 kg	75 kg	66 kg	**20 kg**	**95 kg**	67 kg	70 kg

En la primera casa, las personas tienen pesos cercanos, mientras que en la segunda casa el peso más pequeño es de 20 kg y el más grande es 95 kg.

De hecho, el **rango**, es decir, la diferencia entre el peso más pequeño y el más grande en la primera casa, es de:

$$74 \text{ kg} - 57 \text{ kg} = 17 \text{ kg}$$

Mientras que en la segunda casa el rango es de:

$$95 \text{ kg} - 20 \text{ kg} = 75 \text{ kg}$$

El **rango** es una **medida de dispersión** que muestra la diferencia entre el **valor máximo** y el **valor mínimo** del conjunto de datos que se estudia.

¡Qué diferentes son los pesos de quienes habitan estas casas, aun cuando los **promedios** de los pesos son iguales!

Actividad 2. Para practicar los aprendizajes que acabas de obtener, calcula el rango de los siguientes conjuntos de datos.

8, 4, 2, 10, 7

Operación:

Rango: ______________________

1, 5, 3, 10, 15, 4, 4, 7

Operación:

Rango: ______________________

12, 20, 30, 35, 17, 33, 12, 18

Operación:

Rango: ______________________

5, 7, 6, 5, 5, 7, 4, 7

Operación:

Rango: ______________________

100, 120, 98, 99, 103, 100 111, 99, 104, 110

Operación:

Rango: ______________________

45, 231, 44, 78, 90, 126, 66, 219, 187, 97, 190

Operación:

Rango: ______________________

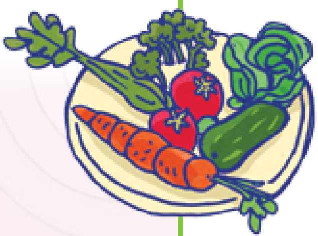
PROYECTO

a) Determina el rango de los datos de la encuesta para conocer qué tan separados están entre sí.

- Retoma como fuente los datos totales sobre los alimentos consumidos a la semana por grupo y por personas encuestadas, y reescríbelos en la tabla.

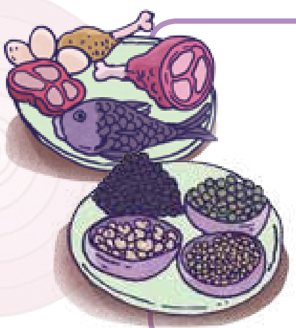
Alimentos por grupo consumidos a la semana por las personas encuestadas							
Grupo de alimento	**Lu**	**Ma**	**Mi**	**Ju**	**Vi**	**Sa**	**Do**
Verduras							
Carbohidratos							
Proteínas animales y vegetales							
Grasas							

- Calcula el rango por grupo de alimentos consumidos en la semana por las personas encuestadas.



Verduras

Carbohidratos (frutas y cereales)



Proteínas (vegetales y animales)

Grasas (animales y vegetales)

b) Responde qué tan separados están los datos del consumo de cada grupo de alimentos y explica con tus palabras lo que esto significa.

Verduras

Carbohidratos (frutas y cereales)

Proteínas (vegetales y animales)

Grasas (animales y vegetales)

c) Si tienes oportunidad, consulta en tu centro de salud con un especialista (nutriólogo) las implicaciones de la ingesta inadecuada de este tipo de alimentos.

Tema 3. La desviación media

La **desviación media** es el **promedio** de qué tan distantes están los datos de la media, es decir, del centro.

Considera las temperaturas **promedio** de diez meses en un estado del centro de la República, como se muestra en la tabla.

Se quiere saber cuánto varía la temperatura de acuerdo con el mes.

Mes	Temperatura
Ene	2.7 °C
Feb	4 °C
Mar	7 °C
Abr	9 °C
May	11.2 °C
Jun	13.1 °C
Jul	12.9 °C
Ago	12.4 °C
Sep	12.4 °C
Oct	10 °C

Fuente: Resúmenes Mensuales de Temperatura y Lluvia, Conagua.

Los datos se ordenan:

2.7 4 7 9 10 11.2 12.4 12.4 12.9 13.1

Después, hay que promediarlos:

$$\text{promedio} = \frac{2.7 + 4 + 7 + 9 + 10 + 11.2 + 12.4 + 12.4 + 12.9 + 13.1}{10} = 9.47$$

El siguiente paso es elaborar una tabla. Haz las operaciones correspondientes para llenar la columna D.

Columna A
En esta columna se anotan los datos de temperatura, ordenados de menor a mayor.

Columna B
En esta columna se escribe la media aritmética.

Columna C
En esta columna se apunta la temperatura nuevamente.

Columna D
En las filas de la columna "Distancia", se pondrá la distancia que hay entre la media y la temperatura.

Columna A Temperatura (°C)	Columna B Promedio (°C)	Columna C Temperatura (°C)	Columna D Desviación media (°C)
2.7	9.47	2.7	6.77
4	9.47	4	
9	9.47	7	
7	9.47	9	
10	9.47	10	
11.2	9.47	11.2	1.73
12.4	9.47	12.4	
12.4	9.47	12.4	
12.9	9.47	12.9	
13.1	9.47	13.1	

Se debe poner una franja roja donde esté el primer valor de la temperatura que sea mayor que la media.

También puedes restar la columna B menos la columna C, ya que es el mismo valor de la columna A.

Para los renglones antes de la franja roja, se resta la columna B (Promedio) menos la columna C (Temperatura): 9.47 − 2.7 = 6.77

Para los renglones a partir de la franja roja, se resta la columna A (Temperatura) menos la columna B (Promedio): 11.2 − 9.47 = 1.73

Después de calcular todas las distancias y quitar la tercera columna (que se usó solamente para facilitar las operaciones), la tabla queda así:

Temperatura	Desviación media
2.7 °C	6.77 °C
4 °C	5.47 °C
7 °C	2.47 °C
9 °C	0.47 °C
10 °C	0.53 °C
11.2 °C	1.73 °C
12.4 °C	2.93 °C
12.4 °C	2.93 °C
12.9 °C	3.43 °C
13.1 °C	3.63 °C

La desviación media es el promedio de las distancias de los datos de temperatura con respecto de la media:

$$\text{desviación media} = \frac{6.77 + 5.47 + 2.47 + 0.47 + 0.53 + 1.73 + 2.93 + 2.93 + 3.43 + 3.63}{10} = 3.036$$

Y quiere decir que los datos están separados entre sí, en **promedio**, por 3.036° C.

En resumen, los conjuntos de datos en ocasiones pueden parecer muy semejantes entre sí al utilizar solamente las **medidas de tendencia central** para describirlos, ya que estas los resumen en un solo valor que tiende a igualarlos.

Pero tan importante es conocer ese valor que los resume como saber cuál es la dispersión o separación de la información que presentan, porque eso hará más exacto su estudio. Puedes ver esto mediante un último ejemplo.

Ejemplo:

En la actividad de inicio de esta secuencia leíste la siguiente situación:

Jaime fabrica tenis de una misma talla. Quiere saber qué tanto se ha equivocado con respecto de la medida exacta que deben tener sus productos.

En este caso no le sirve conocer el promedio de medidas de los zapatos que fabricó, pues lo que desea es conocer la diferencia entre las medidas para saber qué tanto se ha equivocado. Calcular la desviación media le permitirá conocer lo que desea.

Actividad 3. Practica con los siguientes ejercicios la recolección, clasificación y registro de datos, en los que aplicarás una fuente primaria para la obtención de la información.

a) Observa la siguiente tabla con datos de las temperaturas de un estado al norte del país.

Mes	Temperatura
Ene	9.9 °C
Feb	13.4 °C
Mar	15.4 °C
Abr	19.3 °C
May	22.8 °C
Jun	26.5 °C
Jul	24.5 °C
Ago	24.5 °C
Sep	23 °C
Oct	20 °C

Fuente: Resúmenes Mensuales de Temperatura y Lluvia, Conagua.

b) Calcula su desviación media con los siguientes pasos.

1. Ordena los datos.

2. Calcula su media aritmética.

Operación:

Media aritmética:

3. Llena la tabla con los datos que corresponden. Si tienes alguna duda, vuelve a revisar la lectura sobre la desviación media.

Temperatura (°C)	Promedio (°C)	Temperatura (°C)	Desviación media (°C)

4. Con la distancia de la temperatura a la media calculada, simplifica tu tabla.

Temperatura	Distancia

5. Calcula la desviación media.

Operación:

Desviación media:

PROYECTO

Reúnete con tus familiares, amistades y *Círculo de estudio*.

a) Revisa la información que has producido con las actividades del proyecto de esta unidad.

- Considera que vas a presentar la información a otras personas, por lo que esta debe ser clara y comunicar las ideas principales. Para ello:
- Revisa tus tablas y la gráfica que hiciste, selecciona las más adecuadas para informar sobre los hábitos alimenticios de las personas y su relación con la alimentación saludable.
- Escribe en el recuadro cuáles elegiste.

b) Resalta las ideas principales, por ejemplo, las frases para motivar a las personas para que consuman alimentos de todos los grupos; o información que les permita reconocer los buenos hábitos alimenticios. También puedes incluir refranes y canciones que inviten al buen comer.

- Escríbelas en el espacio.

c) Define cuál medio gráfico usarás para presentar tu información. Puede ser un tríptico, un periódico mural, un cartel.

d) En el recuadro, comienza a hacer un borrador del medio gráfico en el cual presentarás tu información.

TIC

Te sugerimos que consultes la siguiente liga: https://bit.ly/3Pszzk8 que ofrece alternativas para diseñar infografías, presentaciones y videos que puedes compartir por internet.

Te recomendamos, en lo posible, que hagas un medio gráfico físico para que lo compartas en el *Círculo de estudio*, la Plaza comunitaria, tu casa, parques, escuelas y otros espacios de convivencia; y otro digital, para que lo compartas en las redes sociales y por internet.

Te sugerimos la lectura del libro *Aprendiendo a promover la salud*, de David Werner y Bill Bower, Berkeley, California: Fundación Hesperian, 1984. Además de promover buenos hábitos alimenticios de forma creativa, muestra cómo hacer una "nutricinta" para detectar el grado de desnutrición en una familia.

e) Verifica que tu medio gráfico cuente con los elementos necesarios para comunicar lo que deseas compartir.

- Marca con una paloma ✓ si cuenta con el elemento.

ELEMENTOS DEL MEDIO GRÁFICO FÍSICO O DIGITAL	CUMPLE
Título	
Introducción al tema de la alimentación saludable	
Gráficas, tablas e imágenes que complementen la información	
Ideas principales sobre la temática	
Fuentes confiables donde las personas pueden investigar más sobre el tema	
Textos o ideas que motiven a las personas para una vida y alimentación saludable	
Lenguaje incluyente	

Si te falta alguna actividad
Ponte al corriente

f) Organízate con otras personas del *Círculo de estudio*, familiares y amistades.

g) Presenta tus medios gráficos a todas las personas que puedas.

h) Sube a las redes sociales tu medio gráfico digital.

i) Escribe un resumen de las actividades que realizaste en el proyecto y la forma como te ha servido para sensibilizarte a ti y a otras personas para fortalecer sus hábitos alimenticios saludables.

j) Reflexiona lo aprendido en el proyecto y escribe una acción o compromiso que puedes llevar a cabo para mejorar tu alimentación y la de las personas con las que compartes tu vida.

k) Elabora un instrumento para verificar el cumplimiento de los compromisos establecidos, con la fecha en la que se estableció el compromiso y una tabla de seguimiento semanal para cotejar si las personas están cumpliendo las acciones.

- Usa como ejemplo el siguiente formato y adáptalo al número de personas que participarán.

Formato para verificar el cumplimiento de compromisos

Nombre:

Compromiso:

Fecha de inicio:

Semana	Acciones realizadas	Observaciones

CIERRE

En esta secuencia conociste qué es una medida de dispersión y su utilidad para diferenciar entre grupos de datos cuando las medidas de tendencia central son similares. Aprendiste a calcular el rango y la desviación media y comparaste su resultado con las medidas de tendencia central.

Actividad de cierre. Para reafirmar tus aprendizajes, marca con una paloma ✓ si lo que se describe en las siguientes frases es verdadero (V) o falso (F).

FRASES	V	F
Para conocer el comportamiento de un conjunto de datos, es suficiente conocer la media aritmética.		
La desviación media es una medida de tendencia central.		
La desviación media mide qué tan distantes están los datos de la media, en promedio.		

FRASES	**V**	**F**
▪ La media, la moda y la mediana siempre valen lo mismo.		
▪ En la siguiente tabla se muestra el número de televisiones por vivienda que hay en seis casas de España y seis de México.		

México	1	2	2	3	3	4
España	1	1	1	4	4	4

▪ Los datos tienen la misma dispersión.		
▪ Cuánto varían las tomas de una misma medición es una pregunta que se puede resolver con medidas de dispersión.		
▪ Cuánto varían las edades de un grupo de personas es una pregunta que se puede resolver con medidas de tendencia central.		

PROYECTO

En la siguiente lista de cotejo marca con una paloma ✓ las actividades que sí realizaste.

Actividades	Sí
Calculé el rango de conjuntos de datos provenientes de la encuesta levantada.	
Revisé y seleccioné la información trabajada en las secuencias.	
Diseñé un medio gráfico físico o digital para compartir la información con otras personas.	
Identifiqué y escribí una acción o compromiso que puedo llevar a cabo para mejorar mi alimentación y la de las personas con las que comparto la vida.	
Elaboré un instrumento para verificar el cumplimiento de compromisos .	

Autoevaluación

Mi reflexión sobre el módulo

Te invitamos a reconocer lo que aprendiste a lo largo de este módulo, su importancia en la vida cotidiana, las dificultades que afrontaste y estrategias para mejorar.

- Reflexiona y escribe lo que se te pide.

a) Describe la utilidad de los aprendizajes desarrollados en el módulo en tus actividades diarias.

____

____

____

____

b) Analiza e identifica las habilidades y conocimientos que desarrollaste o mejoraste con los contenidos del módulo. Anota tus respuestas en la tabla.

Resolver operaciones con números fraccionarios y decimales.	
Calcular razones y proporciones.	
Ubicar espacios geográficos.	
Calcular perímetros y áreas.	
Completar sucesiones aritméticas y geométricas.	

c) Escribe tres ejemplos de aprendizajes que te ayudaron a resolver situaciones cotidianas con ayuda de las matemáticas.

d) Explica cómo lo que aprendiste fortalece el ejercicio de tu derecho al acceso a la información confiable que puedes discriminar y utilizar tanto para tu vida cotidiana como durante tu participación democrática en la comunidad.

e) Anota los aprendizajes que debes reforzar y cómo puedes hacerlo.

Puedo reforzar...	¿Cómo lo lograré?

- Comparte tus reflexiones con amistades, familiares o las personas del *Círculo de estudio*, así como las estrategias para mejorar.

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

Módulo

Pensamiento matemático 2

PRIMARIA

Hoja de avances

Nombre de la persona adulta

Apellido paterno | Apellido materno | Nombres

RFE o CURP

Marca con una paloma ✓ los contenidos que hayas completado y comprendido satisfactoriamente en cada unidad.

Unidad 1

Secuencia 1
- Los números racionales ○
- Lectura y escritura de fracciones ○
- Fracciones propias, impropias y mixtas ○
- Comparación de fracciones ○
- Fracciones decimales ○
- Números fraccionarios y números decimales ○
- Comparación de fracciones con números decimales ○

Secuencia 2
- Suma de fracciones con igual denominador ○
- Resta de fracciones con igual denominador ○
- Sumas y restas con fracciones de distinto denominador ○
- Conversión de fracciones mixtas en fracciones impropias ○
- Conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa ○
- Propiedades de la suma y la resta con números decimales ○
- Problemas con sumas y restas de números racionales ○

Secuencia 3
- Multiplicación y división de fracciones ○
- Conversión de fracciones decimales a números decimales ○
- Multiplicación y división de números decimales ○
- Problemas de multiplicación y división de números decimales ○

Secuencia 4
- Las razones y problemas asociados a ellas ○
- Proporcionalidad directa ○
- La regla de tres y su aplicación ○
- Proporcionalidad inversa ○
- Solución de problemas de proporcionalidad inversa ○

Unidad 2

Secuencia 5
- Representaciones gráficas del espacio ○
- El croquis ○
- El plano y sus elementos ○
- Los mapas: elementos y simbología ○
- Diseño de mapas sencillos ○

Secuencia 6
- Cálculo del perímetro del cuadrado y del rectángulo ○
- Área del cuadrado y del rectángulo ○
- Problemas con perímetros de cuadrados y rectángulos ○
- Problemas con áreas de cuadrados y rectángulos ○

Secuencia 7
- Cálculo del perímetro de triángulos ○
- Cálculo del perímetro de círculos ○
- Cálculo del área del triángulo ○
- Cálculo del área del círculo ○
- Problemas con perímetros y áreas de triángulos ○
- Problemas con perímetros y áreas de círculos ○

Secuencia 8
- Sucesión de números o figuras ○
- Progresiones aritmética y geométrica ○
- Estrategias para completar las progresiones aritméticas y geométricas ○

Unidad 3

Secuencia 9
- El gráfico estadístico y los elementos que lo conforman ○
- Las gráficas circulares y sus características ○
- Recolección y descripción de gráficas circulares ○

Secuencia 10
- Medidas de tendencia central ○
- El promedio o media aritmética ○
- Problemas que involucran la media aritmética ○

Secuencia 11
- La mediana de un conjunto de datos ○
- La moda de un conjunto de datos ○
- Problemas que involucran la mediana ○
- Problemas que involucran la moda ○

Secuencia 12
- Las medidas de dispersión ○
- El rango ○
- La desviación media ○

Hago constar que completó satisfactoriamente los contenidos de este módulo.

Nombre de la persona asesora: ______________________________

Firma: ______________________ Fecha: ______________________

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

Módulo

Pensamiento matemático 2

PRIMARIA

Hoja de avances

Anota, por cada unidad, los aprendizajes que te resultaron más significativos y su aplicación en la vida cotidiana.

¿Qué aprendí?	¿Para qué me sirve?
Unidad 1	**Unidad 1**
Unidad 2	**Unidad 2**
Unidad 3	**Unidad 3**

Datos de la aplicación

Fecha: ______________________ Lugar: ______________________

Nombre y firma
de la persona aplicadora: ______________________

Bibliografía

Fuentes consultadas

Baldor, Aurelio, *Aritmética teórico práctica,* Madrid, Compañía Cultural Editora y Distribuidora de Textos Americanos, 1985.

BBC, "Brian Cox visits the world's biggest vacuum, Human Universe – BBC", in *YouTube*, disponible en https://bit.ly/3uOFzLN (Consulta: 10 de agosto de 2022).

Bold, B., *Famous problems of geometry and how to solve them,* New York, Courier Corporation, 1982.

Cervantes, Angélica, "¿Qué es una reserva ecológica?", en *Reserva Ecológica del Pedregal de San Ángel, Patrimonio natural de la sociedad en la UNAM*, disponible en https://bit.ly/3ceSkbV (Consulta: 8 de agosto de 2022).

Chamizo Guerrero, José Antonio, *Ciencias 2. Física*, México, Editorial Esfinge, 2016.

Comisión Nacional del Agua, *Resúmenes mensuales de temperatura y lluvia 2020*, disponible en https://bit.ly/3xWJesr (Consulta: 19 de agosto de 2022).

Comisión Nacional del Agua, *Resúmenes mensuales de temperatura y lluvia 2021*, disponible en https://bit.ly/3fiHnrn (Consulta: 19 de agosto de 2022).

Consejo Argentino sobre Seguridad de Alimentos y Nutrición, "Consumo de carnes rojas y procesadas: qué tenemos que tener en cuenta los consumidores", en *InfoAlimentos*, Buenos Aires, s/f, disponible en https://bit.ly/3vueYnJ (Consulta: 16 de agosto de 2022).

Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, "Decimales", en *Matemáticas 1, Unidad 1, Significado de los números reales, Simbolización de números racionales,* Portal académico CCH de la UNAM, disponible en https:// https://bit.ly/3ALVG0f (Consulta: 16 de agosto de 2022).

De Oteyza, Elena, Lam, Emma *et al., Geometría analítica y trigonométrica,* Pearson, México, 2015.

Fuentes, Alberto, *Jugando con la ciencia ¡y a construir el conocimiento!,* Colombia, Cultural Internacional, 2001, vol. 2.

Hernández Sampieri, Roberto *et al., Metodología de la investigación,* McGraw Hill, México, 2006.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Encuesta Intercensal 2005,* INEGI, México, 2005.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Encuesta Nacional de Ocupación y Empleo. Primer trimestre de 2021,* INEGI, México, 2021.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Censo de Población y Vivienda 2000,* INEGI, México, 2000.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Censo de Población y Vivienda 2010,* INEGI, México, 2010.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Encuesta Nacional de Trabajo Infantil (ENTI) 2019,* INEGI, México, 2019.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Encuesta Nacional Agropecuaria 2019,* INEGI, México, 2019.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Cuéntame INEGI,* disponible en https://bit.ly/3ZMPwGu (Consulta: 20 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Censo de Población y Vivienda 2020,* INEGI, México, 2021, disponible en https://bit.ly/3NU7ctB (Consulta: 16 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Portal del INEGI,* INEGI, México, 2021, disponible en https://bit.ly/2SgSCQh (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, Cué*ntame de México. Mapas para imprimir. Alfabetización,* México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3IASEjx (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Cuéntame de México. Mapas para imprimir. Con nombres por vertientes, color,* México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3IASEjx (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Cuéntame de México. Mapas para imprimir. Hablantes de lengua indígena,* México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3X4XV7s (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Cuéntame de México. Mapas para imprimir. Principales elevaciones, con relieve,* México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3Zsghko (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de Estadística y Geografía, *Cuéntame de México. Mapas para imprimir. Con nombres, blanco y negro,* México, INEGI, 2022, disponible en https://bit.ly/3k4gWIn (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Instituto Nacional de los Pueblos Indígenas, *Sistema de indicadores sobre la población indígena de México,* Gobierno de México, 2015, disponible en https://bit.ly/3amIKTN (Consulta: 19 de agosto de 2022).

Instituto Nacional para la Educación de los Adultos*, Los números, libro del adulto,* MEVyT INEA, México, 2019.

Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, *Operaciones avanzadas. Libro del adulto,* MEVyT INEA, México, 2019.

Martínez Hernández, María Leticia y Mohar Fresán, Daniel, *Matemáticas 1, Serie INNOVAT,* México, Innova Ediciones, 2020.

Matthews, Bennie, *Statics and Analytical Geometry,* United Kingdom, Ed-Tech Press, 2019.

Mendenhall, William, Beaver, Robert J., y Beaver, Barbara, *Introducción a la probabilidad y estadística,* México, Cengage Learning, 2006.

Organización Mundial de la Salud, *Alimentación sana. Datos y cifras, OMS, 2018*, disponible en https://bit.ly/3cvmzeS (Consulta: 16 de agosto de 2022).

Real Academia Española, *Diccionario de la lengua española,* Edición del Tricentenario, actualización 2021, disponible en RAE.es: https://dle.rae.es.

Rizo Cabrera, Celia y Campistrous Pérez, Luis, “Estrategia de resolución de problemas en la escuela”, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* vol. 2, núm. 2-3, noviembre de 1999, pp. 31-45.

Secretaría de Educación de Campeche, “Figuras reproducidas mediante cuadrícula: cuadrados y triángulos”, *5° Primaria, Matemáticas*, disponible en https://bit.ly/3LNpdKx (Consulta: 13 de agosto de 2022).

Secretaría de Educación Pública, Consejo Nacional de Fomento Educativo, *Segundo grado, Matemáticas, segunda parte,* México, Compañía Editorial Continental, 1982.

Secretaría de Educación Pública, *Matemáticas, cuarto grado,* México, SEP, 1999.

Secretaría de Educación Pública, *Matemáticas, sexto grado,* México, SEP, 1999.

Secretaría de Educación Pública, *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Cuarto grado,* México, SEP, 2019.

Secretaría de Educación Pública, *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Quinto grado,* México, SEP, 2019.

Secretaría de Educación Pública, *Desafíos matemáticos. Libro para el alumno. Sexto grado,* México, SEP, 2019.

Secretaría de Salud, *Casos positivos y defunciones a COVID-19 por municipio,* Gobierno del Estado de México, 2021, disponible en https://bit.ly/3bNhaPV (Consulta: 15 de agosto de 2022).

Servicio de Información Agroalimentaria y Pesquera (SIAP). *Avance de siembras y cosechas. Resumen nacional por estado otoño-invierno 2020 Riego+Temporal. Datos preliminares al 31 de diciembre de 2020,* disponible en https://nube.siap.gob.mx/avance_agricola/ (Consulta: 20 de agosto de 2022).

Spiegel, Murray R., *Estadística,* Serie Schaum, España, McGraw-Hill, 1991.

Tippens, Paul E., *Física, conceptos y aplicaciones,* McGraw-Hill, 1985.

Fuentes sugeridas

Dirección General de Comunicación Social de la UNAM, "Consumo excesivo de carnes rojas y procesadas, vinculado a enfermedades cardiovasculares y cáncer", en *Boletín UNAM-DGCS-666,* Ciudad Universitaria, 14 de octubre de 2018, disponible en https://bit.ly/3yRnfmc (Consulta: 12 de agosto de 2022).

Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, "Decimales", en *Matemáticas 1, Unidad 1, Significado de los números reales, Simbolización de números racionales,* Portal Académico CCH de la UNAM, disponible en https:// https://bit.ly/3ALVG0f (Consulta: 16 de agosto de 2022).

Fuentes, Ángel, Fracciones. *Ejercicios de matemáticas para primaria, 2017, Escuela en la Nube,* disponible en https://bit.ly/3BRoEL1 (Consulta: 12 de agosto de 2022).

Instituto Mexicano del Seguro Social, *Nutrición,* IMSS, disponible en https://bit.ly/3B3AJ17 (Consulta: 12 de agosto de 2022).

Liveworksheets, Área y perímetro del cuadrado y rectángulo, https://bit.ly/3IY4O4f (Consulta: 19 de agosto de 2022).

Microsoft, "Crear un gráfico de principio a fin", en *Soporte técnico de Microsoft 365,* página web disponible en https://bit.ly/3cHqoOs (consulta: 30 de octubre de 2022).

Mouser Electronics, *Calculadora de decimales a fracciones,* disponible en https://bit.ly/3ZxRbjD (Consulta: 16 de agosto de 2022).

Problemas y Ecuaciones, *Área y perímetro del círculo: calculadora y ejemplos,* disponible en https://bit.ly/3YuGih3 (Consulta: 22 de agosto de 2022).

Semarnat, *Base de datos estadísticos BADESNIARN*, disponible en https://bit.ly/3PN1Zpe (Consulta: 21 de agosto de 2022).

U., Deborah, Números irracionales, en *Concepto.de,* disponible en https://bit.ly/3fjOsbg (Consulta: 27 de agosto de 2022).

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Notas

Colofón

INSTITUTO NACIONAL PARA LA EDUCACIÓN DE LOS ADULTOS

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA